



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

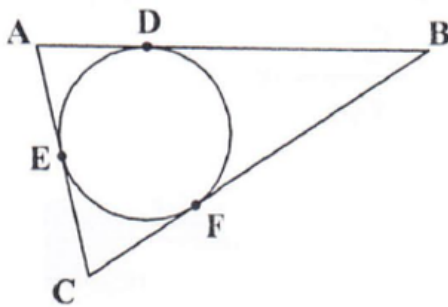
۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۱۰ نمره)

در شکل زیر محیط مثلث  $ABC$  کدام است؟ (اضلاع مثلث  $ABC$  بر دایره مماس هستند.)



$$(\overline{AD} = 4), (\overline{CE} = 6), (\overline{BF} = 10)$$

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان یزد، ۱۳۹۹-۱۴۰۰)

ب. ۳۰

د. ۶۰

الف. ۲۰

ج. ۴۰

پاسخ:

**نکته:** هرگاه از یک نقطه خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول مماس‌ها برابر است.

$$P_{ABC} = BF + BD + AD + AE + CE + CF = 2(BF + AD + CE) \Rightarrow P_{ABC} = 40$$

۲.

(۱۰ نمره)

از نقطه  $M$  خارج از دایره‌ای به قطر  $10$  سانتی‌متر و به مرکز  $O$ ، دو مماس  $MA$  و  $MB$  بر دایره رسم شده است. اگر محیط چهارضلعی  $OAMB$ ،  $34$  سانتی‌متر باشد، کمترین فاصله نقطه  $M$  تا دایره چند سانتی‌متر است؟

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان خراسان رضوی، ۱۳۹۹-۱۴۰۰)

ب. ۱۰

الف. ۸



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

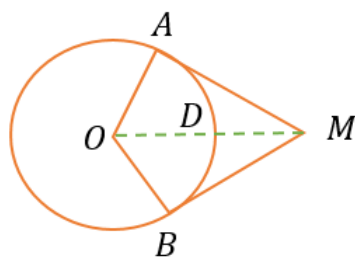
کد تهران ۰۲۱

ج . ۱۳

د . ۱۸

پاسخ :

می‌دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است:



$$\begin{cases} OA = OB = 5 \\ OM = OM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} OAM \cong OBM$$

$$\Rightarrow AM = BM = \frac{34 - 10}{2} = 12$$

$$AO^2 + AM^2 = OM^2 \Rightarrow OM = 13$$

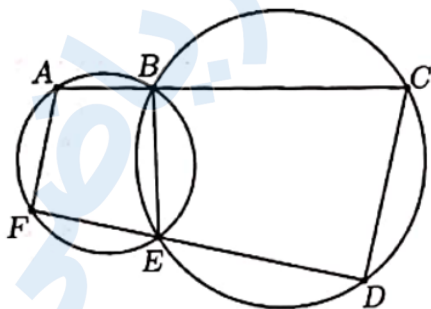
$$MD = OM - 5 \Rightarrow MD = 8$$

. ۳

(۱۰ نمره)

در شکل مقابل نقطه B روی پاره خط AC و نقطه E روی پاره خط FD قرار دارد. اگر  $F\hat{A}B + D\hat{E}B = 200^\circ$  ، اندازه زاویه  $D\hat{C}B$  چند درجه است؟

(آزمون ورودی مدارس استعدادهای درخشان ۱۴۰۰-۱۳۹۹)



الف . ۴۰

ب . ۵۰



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

ج . ۸۰

د . ۱۰۰

پاسخ :

**نکته:** در چهارضلعی محاطی مجموع زوایای روبه‌رو برابر با  $۱۸۰^\circ$  درجه است.

$$\begin{cases} F\hat{A}B + F\hat{E}B = ۱۸۰^\circ \\ D\hat{E}B + F\hat{E}B = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow F\hat{A}B = D\hat{E}B \xrightarrow{F\hat{A}B + D\hat{E}B = ۲۰۰^\circ} F\hat{A}B = D\hat{E}B = ۱۰۰^\circ$$

$$D\hat{E}B + D\hat{C}B = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{D\hat{E}B = ۱۰۰^\circ} D\hat{C}B = ۸۰^\circ$$

. ۴

(۱۰ نمره)

در شکل زیر بخشی از یک دایره داده شده است. توضیح دهید مرکز آن را چگونه پیدا می‌کنیم. (حسین شجاعی)



پاسخ :

برای پیدا کردن مرکز دایره ابتدا دو وتر دلخواه از شکل داده شده را رسم می‌کنیم، سپس عمودمنصف این وترها را رسم کرده و آن‌ها را ادامه می‌دهیم تا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند، نقطه تقاطع همان مرکز دایره است.



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

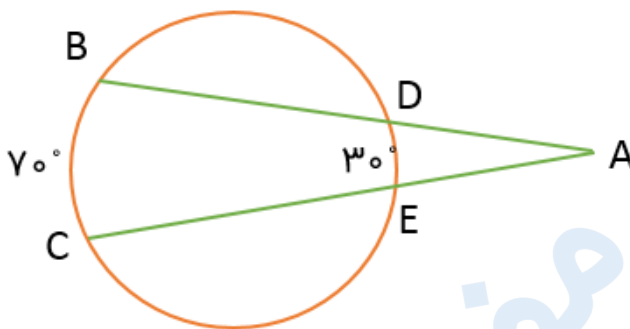
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۵.

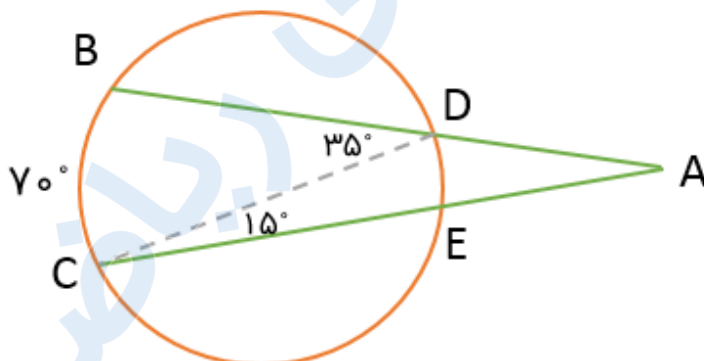
(۱۰ نمره)

زاویه A در شکل زیر چند درجه است؟



- الف . ۱۰
- ب . ۲۰
- ج . ۴۰
- د . ۸۰

پاسخ :



$$A = 35 - 15 = 20^\circ$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۶.

(۱۰ نمره)

در شکل زیر قسمتی از یک دایره داده شده است. توضیح دهید

از چه طریقی می‌توان مرکز دایره را پیدا کرد؟

پاسخ:



ابتدا دو وتر دلخواه از کمان داده شده و سپس عمودمنصف

این وترها را رسم می‌کنیم. نقطه تلاقی عمودمنصف‌ها مرکز

دایره است.

۷.

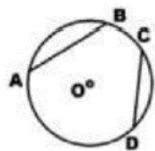
(۱۰ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱



فرض کنید در دایره مقابل  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  با دلیل توضیح دهید چرا وترهای AB و CD برابرند.

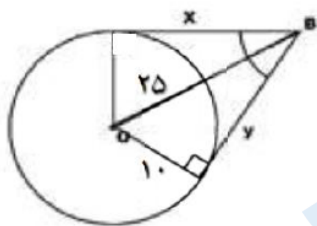
پاسخ :

دو کمان AB و CD برابرند پس زاویه های مرکزی مقابل به آنها یعنی  $\widehat{O}_1, \widehat{O}_2$  نیز مساوی اند.

از طرفی OA, OB, OD, OC همه شعاع دایره و مساوی اند. پس دو مثلث هم نهشت اند و  $AB=CD$  به حالت (ض ض ض)

. ۸

(۱۰ نمره)



الف) از نقطه B دو مماس بر دایره رسم کرده ایم فاصله نقطه B از هر یک از این نقاط تماس را به دست آورید. ب) چه نتیجه ای از پاسخ سوال فوق به دست می آید

پاسخ :

$$۲۵^2 = ۱۰^2 + y^2 \Rightarrow ۶۲۵ = ۲۲۵ + y^2 \Rightarrow y^2 = ۶۲۵ - ۲۲۵ = ۴۰۰ \quad y = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰ \quad \text{الف)}$$

$$۲۵^2 = x^2 + ۱۰^2 \Rightarrow ۶۲۵ = x^2 + ۲۲۵ \Rightarrow x^2 = ۶۲۵ - ۲۲۵ = ۴۰۰ \quad x = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰$$

ب) اگر از نقطه ای بیرون دایره دو خط مماس بر دایره رسم کنیم این خط های مماس برابرند.



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

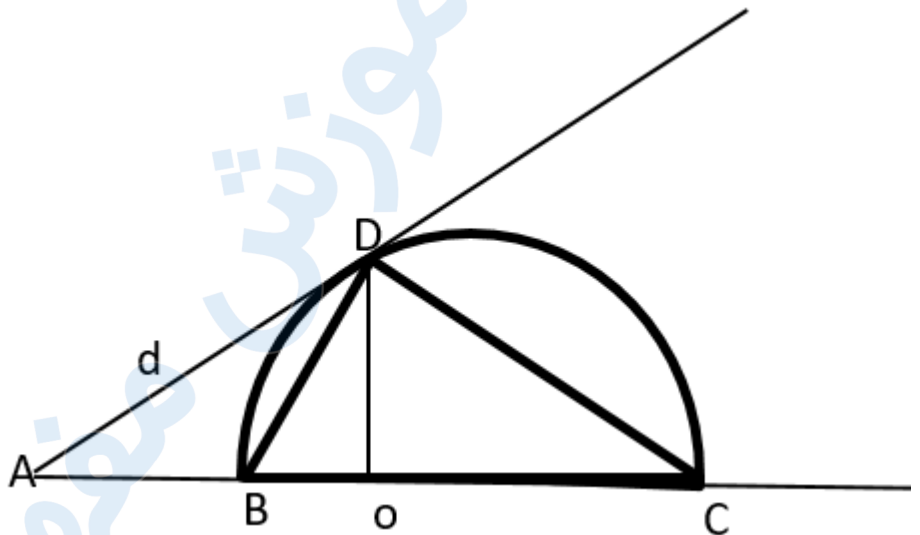
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۹.

(۱۰ نمره)

در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $D$  بر نیم دایره مماس است. اگر  $O$  مرکز دایره باشد، زاویه  $DCA$  را تعیین نمایید.



ب. ۳۰  
د. ۱۲۰

الف. ۴۵  
ج. ۶۰

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$AD \rightarrow OD$  عمود است  $\rightarrow AD \rightarrow D_1 + D_2 = 90$  مماس

$$\left. \begin{array}{l} AB = BA \rightarrow \hat{A} = \hat{D}_1 \quad OB = OD = \text{شعاع} \rightarrow B_1 = D_2 \\ ABD: \text{خارج} \hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{D}_1 = 2D_1 \end{array} \right\} \rightarrow \hat{D}_2 = 2\hat{D}_1$$

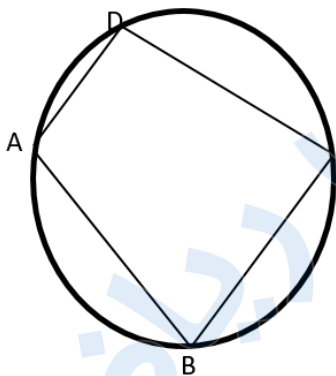
$$\rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90$$

$$\xrightarrow{D_2=2D_1} 3\hat{D}_1 = 90 \rightarrow \hat{D}_1 = 30 \rightarrow \hat{D}_2 = 60 \rightarrow \hat{B}_1 = 60$$

$$O_1 = 180 - (60 + 60) = 60 \rightarrow O_2 = 120, OC = OD = \text{شعاع} \rightarrow D_3 = C \rightarrow C = \frac{180-120}{2} = 30 = D\hat{C}A$$

۱۰.

(۱۰ نمره)



در شکل زیر  $\hat{B} = \frac{2}{3}\hat{D}$  است. زاویه  $\hat{B}$  را بیابید.

ب . ۹۵

د . ۱۲۵

الف . ۱۱۰

ج . ۱۰۸

پاسخ :





تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\hat{B} = \frac{ADC}{2} \quad \hat{D} = \frac{ABC}{2} \rightarrow \hat{B} + \hat{D} = \frac{ADC}{2} + \frac{ABC}{2} = \frac{ABCDA}{2} = \frac{360}{2} = 180$$

$$\hat{B} + \hat{D} = 180 \rightarrow \hat{D} + \frac{2}{3}\hat{D} = 180 \rightarrow \frac{5}{3}\hat{D} = 180 \rightarrow \hat{D} = 180 \times \frac{3}{5} = 108$$