



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۱۰ نمره)

در یک کارخانه نوعی لامپ تولید می‌شود. اگر x متوسط تعداد لامپ‌های تولیدی در روز برای این کارخانه باشد، آن‌گاه تابع درآمد و هزینه روزانه برابر $R(x) = ۳۰۰x$ و $C(x) = x^2 + ۲۰۰x + ۳۰$ است. بیشترین سود این کارخانه را محاسبه کنید. (شبه‌نهایی ۱۴۰۳)

الف . ۲۵۰۰

ب . ۲۳۵۰

ج . ۲۴۷۰

پاسخ :

معادله سود کارخانه: $p(x) = R(x) - C(x) = -x^2 + ۱۰۰x - ۳۰$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{۱۰۰}{-۲} = ۵۰$$

$$y = -۵۰^2 + ۱۰۰(۵۰) - ۳۰ = ۲۴۷۰$$

۲.

(۱۰ نمره)

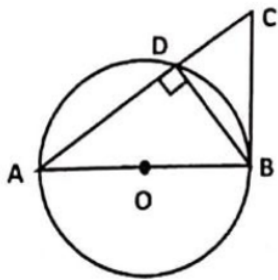


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

در شکل مقابل O مرکز دایره است و مثلث‌های ABC و BDC متشابه‌اند. اگر BC در نقطه B بر دایره مماس



و $\overline{AC} = 3\overline{DC}$ باشد، مقدار $\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}}$ را بیابید.

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان تهران، ۱۴۰۰-۱۳۹۹)

پاسخ :

$$\begin{aligned} \Delta ABC \sim \Delta BDC &\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow BC^2 = AC \times DC, \quad AC = 3DC \\ &\Rightarrow BC^2 = 3DC^2 \Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

(۱۰ نمره)

. ۳



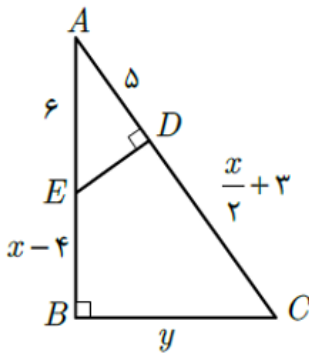
تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

در شکل مقابل دو مثلث ABC و ADE قائم الزاویه و متشابهند. نسبت y به x کدام است؟

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان سمنان، ۱۴۰۰-۱۳۹۹)



ب. $\frac{1}{2}$

د. $\frac{8}{\sqrt{11}}$

الف. $\frac{\sqrt{11}}{4}$

ج. $\frac{\sqrt{11}}{8}$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$ADE \text{ قائم‌الزاویه} \Rightarrow ED = \sqrt{11}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{5}{x-4+6} = \frac{6}{\frac{x}{2}+3+5} \Rightarrow x = 8$$

$$\frac{BC}{ED} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{y}{\sqrt{11}} = \frac{10}{5} \Rightarrow y = 2\sqrt{11}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{11}}{8} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{11}}{4}$$

.۴

(۱۰ نمره)

اگر مثلثی با محیط ۸ با مثلثی بزرگ‌تر به اضلاع $x^2 - 1$ ، $x^2 + x - 3$ و $4 - x$ با نسبت تشابه ۲ متشابه باشد، مقدار x کدام است؟ (آزمون ورودی مدارس نمونه‌دولتی استان گلستان، ۱۳۹۹-۱۴۰۰)

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

نکته: نسبت محیط دو شکل متشابه برابر با نسبت تشابه آن دو شکل است.

$$\frac{x^2 - 1 + 3x^2 + x - 3 + 4 - x}{8} = 2 \Rightarrow 4x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 2 \quad (\text{حالت اول})$$

هر دو مقدار برای x قابل قبول هستند، چون به ازای آن‌ها اندازه سه ضلع داده شده مثبت می‌شود.

$$\frac{x^2 - 1 + 3x^2 + x - 3 + 4 - x}{8} = 2 \Rightarrow 4x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (\text{حالت دوم})$$

این دو مقدار غیرقابل قبول هستند، چون به ازای آن‌ها اضلاع مثلث صفر یا منفی می‌شود.

۵.

(۱۰ نمره)

با نوشتن فرض و حکم ثابت کنید در هر مستطیل قطرها با یکدیگر برابرند. (حسین شجاعی)



پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$\text{فرض: } \begin{cases} AB = DC \\ AB \parallel DC \\ AD = BC \\ AD \parallel BC \\ A = B = C = D = 90^\circ \end{cases} \quad \text{حکم: } AC = BD$$

اثبات:

$$\begin{cases} AB = AB \\ A = B = 90^\circ \\ AD = BC \end{cases} \xRightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta ABD \cong \Delta BAC \Rightarrow AC = BD$$

.۶

(۱۰ نمره)

با نوشتن فرض و حکم مسئله ثابت کنید مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° درجه است.
(دبیرستان تاراالله مهریز)

پاسخ:

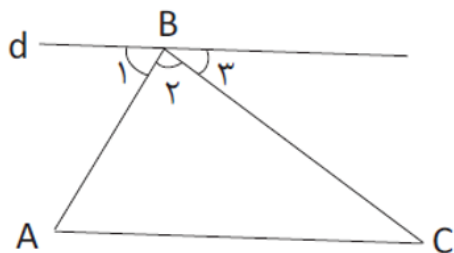


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

ابتدا خط d را موازی با ضلع AC رسم می‌کنیم:



فرض: $d \parallel AC$

حکم: $A + B + C = 180^\circ$

اثبات: $d \parallel AC \Rightarrow \begin{cases} B_1 = A \\ B_3 = C \end{cases}, B_1 + B_2 + B_3 = 180^\circ \Rightarrow A + B + C = 180^\circ \blacksquare$

.۷

(۱۰ نمره)

مسئله‌ای متناسب با فرض و حکم داده شده بنویسید و آن را اثبات کنید. (مناظره شاکری)

فرض	M نقطه‌ای روی نیمساز A ، $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ ، مثلث متساوی‌الساقین ABC
حکم	$BM = CM$

پاسخ:

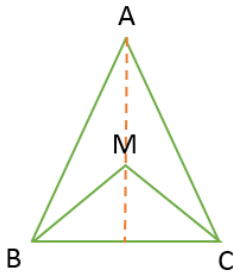


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، نقطه دلخواه M روی نیمساز زاویه راس، از دو سر قاعده به یک فاصله است.



$$\begin{cases} AB = AC \\ AM = AM \\ \overline{BAM} = \overline{CAM} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABM \cong \Delta ACM$$
$$\Rightarrow BM = CM$$

. ۸

(۱۰ نمره)

خانه‌های ندا و بهار در دو سر خیابان شماره ۱ واقع هستند. اگر مدرسه آن‌ها در خیابان شماره ۲ واقع باشد که عمودمنصف خیابان شماره ۱ است، با معرفی قدم‌های حل مسئله نشان دهید مسافتی که ندا و بهار برای رسیدن به مدرسه طی می‌کنند با هم برابر است. (منانه شاکری)

پاسخ :



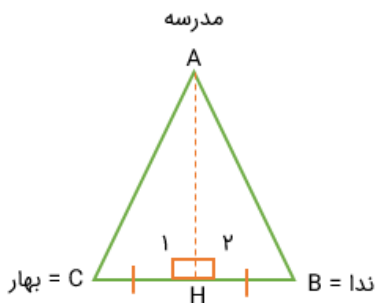
تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱. صورت مسئله را به دقت می‌خوانیم و مفاهیم تشکیل دهنده آن را می‌شناسیم.

۲. اگر مسئله فاقد شکل است، با توجه به صورت مسئله یک شکل مناسب برای آن رسم می‌کنیم.



۳. داده‌های مسئله (فرض) و خواسته‌های آن (حکم) را مشخص کرده و در یک جدول می‌نویسیم.

فرض	$H_1 = H_2$, $CH = BH$
حکم	$AB = AC$

۴. حالا باید برای رسیدن از فرض به حکم راه حلی پیدا کنیم، در این مسئله از هم‌نهستی مثلث‌ها استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} AH = AH \\ H_1 = H_2 \\ CH = BH \end{cases} \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta ACH \Rightarrow AB = AC$$

(۱۰ نمره)

.۹

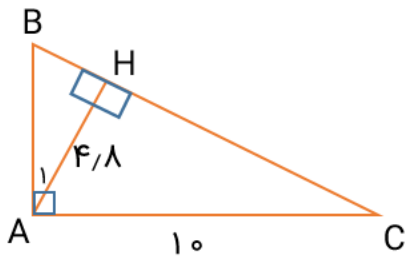


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

در شکل مقابل نسبت مساحت مثلث ABC را به مثلث ABH بیابید؟



- الف . ۲۰۸
- ب . ۴.۳
- ج . ۸۰۱
- د . ۹

پاسخ :

$$A_1 + B = 90, \quad B + C = 90 \Rightarrow A_1 = C \stackrel{ZZZ}{\Rightarrow} HBA \sim ABC$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \left(\frac{10}{4,8}\right)^2 \approx 4,3$$

۱۰.

(۱۰ نمره)

از نقطه‌ای خارج از دایره دو مماس بر دایره رسم می‌کنیم. ثابت کنید این دو مماس با هم برابرند. (منانه شاکری)

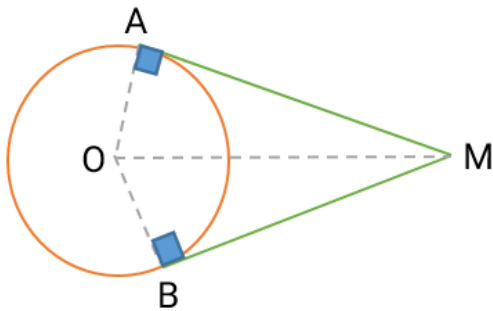
پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱



می‌دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس:

$$\begin{cases} A = B = 90^\circ \\ OA = OB \\ OM = OM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \Delta AOM \cong \Delta BOM$$

$$\Rightarrow MA = MB$$