



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۱۰ نمره)

مجموعه $A = \{x^2 | x \in Z, -3 \leq x \leq 3\}$ و $B = \{x \in Z | x^2 \geq 12\}$ مفروض است. مجموعه $A \cap B$ چند زیرمجموعه دارد؟ (آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان یزد، ۱۴۰۰-۱۳۹۹)

- الف . ۱
ب . ۲
ج . ۴
د . ۸

پاسخ :

$$\begin{cases} A = \{x^2 | x \in Z, -3 \leq x \leq 3\} = \{0, 1, 4, 9\} \\ B = \{x \in Z | x^2 \geq 12\} = \{4, 5, 6, \dots\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{4, 9\}$$

$$n(A) = 2 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه} = 2^2 = 4$$

۲.

(۱۰ نمره)

مجموعه A دقیقاً سه زیرمجموعه دوعضوی دارد که هر دو عضو آن‌ها اول هستند و همچنین دقیقاً ۱۵ زیرمجموعه غیرتهی دارد که هیچ عضو آن‌ها اول نیست؛ در این صورت $n(A)$ برابر است با:

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان خراسان رضوی، ۱۴۰۰-۱۳۹۹)

- الف . ۵
ب . ۶
ج . ۷
د . ۸

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

A سه زیرمجموعه دو عضوی دارد که هر دو عضو آنها اول هستند: A سه عضو اول دارد.

A دقیقاً ۱۵ زیرمجموعه غیرتهی دارد که هیچکدام از عضوهای آنها اول نیستند: A چهار عضو غیر اول دارد.

پس تعداد کل اعضای A برابر با ۷ است.

۳.

(۱۰ نمره)

اگر $M = \{a, a + 1, a - 2, a + 3\}$ و $5 \in M$ ولی $7 \notin M$ ، آن گاه a چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان تهران، ۱۴۰۰-۱۳۹۹)

- الف . ۱
ب . ۲
ج . ۳
د . ۴

پاسخ :

$a = 5$ و $a = 2$ قابل قبول هستند:

$$a = 5 : M = \{5, 6, 3, 8\}$$

$$a = 4 : M = \{4, 5, 2, 7\}$$

$$a = 7 : M = \{7, 8, 5, 10\}$$

$$a = 2 : M = \{2, 3, 0, 5\}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۴.

(۱۰ نمره)

عددهای ۱ تا ۲۰ را روی تخته سیاه نوشته ایم، می خواهیم دو عدد دلخواه مانند a و b را پاک کنیم و به جای آن ها عدد جدید $a + b - 1$ را روی تخته بنویسیم. پس از ۱۹ بار تکرار این عمل، چقدر احتمال دارد که عددی که روی تخته سیاه می ماند ۱۹۱ باشد؟

(آزمون ورودی مدارس نمونه دولتی استان سمنان، ۱۳۹۹-۱۴۰۰)

$$\frac{1}{19}$$

ب.

$$\frac{1}{20}$$

الف.

$$\frac{1}{210}$$

د.

$$1$$

ج.

پاسخ:

با انجام مراحل بالا، صرف نظر از ترتیب اعداد انتخابی، در واقع همه اعداد ۱ تا ۲۰ را با هم جمع و حاصل را منهای ۱۹ می کنیم، حاصل همواره برابر $191 = \frac{20 \times 21}{2} - 19$ است. در نتیجه احتمال خواسته شده برابر ۱ است.

۵.

(۱۰ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

در پرتاب دو تاس احتمال این که حاصل جمع اعداد رو شده بیشتر از ۳ باشد کدام است؟

(آزمون ورودی مدارس استعدادهای درخشان ۱۴۰۱-۱۴۰۰)

$$\frac{17}{18}$$

ب.

$$\frac{9}{11}$$

د.

$$\frac{11}{12}$$

الف.

$$\frac{5}{6}$$

ج.

$$\frac{11}{12}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6}$$

پاسخ:

تعداد کل حالت ها $6 \times 6 = 36$ است، حالا مجموعه حالت های نامطلوب را به دست می آوریم:

$$A = \{(1,1), (1,2), (2,1)\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow n(A') = 36 - 3 = 33$$

$$\text{احتمال} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

(۱۰ نمره)

کدام گزینه مجموعه A را به زبان ریاضی نشان می دهد؟ (منانه شاکری)

$$A = \{12, 17, 22, 27, \dots\}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

الف. $\{2x + 5 \mid x \in N, x > 1\}$ ب. $\{5x + 2 \mid x \in N, x > 2\}$

ج. $\{5x + 2 \mid x \in N, x > 1\}$ د. $\{2x + 5 \mid x \in N, x > 2\}$

پاسخ:

$$\{5x + 2 \mid x \in N, x > 1\}$$

۷.

(۱۰ نمره)

مجموعه $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset\}\}$ چند عضو و چند زیرمجموعه دارد؟ (مثانه شاکری)

پاسخ:

$$A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\} \Rightarrow 3 \text{ عضو و } 2^3 = 8 \text{ زیرمجموعه}$$

۸.

(۱۰ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

هر یک از افراد یک گروه حداقل به یکی از زبان های انگلیسی، آلمانی و فرانسه مسلط هستند. در این گروه فقط ۳ نفر می توانند به هر سه زبان صحبت کنید. ۱۸ نفر دقیقاً به دو زبان و ۲۵ نفر فقط به یک زبان صحبت می کنند. افراد این گروه چند نفر هستند؟

- الف . ۲۸
ب . ۴۳
ج . ۴۶
د . ۵۱

پاسخ :

تعداد افرادی که به هیچ زبانی مسلط نیستند: ۰

تعداد افرادی که فقط به یک زبان مسلط هستند: ۲۵

تعداد افرادی که دقیقاً به دو زبان مسلط هستند: ۱۸

تعداد افرادی که به هر سه زبان مسلط هستند: ۳

مجموعه های بالا هیچ اشتراکی با هم ندارد، پس گروه مورد نظر $۴۶ = ۲۵ + ۱۸ + ۳$ عضو دارد.

۹.

(۱۰ نمره)

تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه k عضو ۸ واحد بیشتر از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $k-۱$ عضو است، مطلوب است مقدار k ؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$2^k = 8 + 2^{k-1} \Rightarrow 2^k - 2^{k-1} = 2^3 \Rightarrow 2^{k-1}(2 - 1) = 2^3 \Rightarrow k = 4$$

با کمک حدس و آزمون هم می‌توان مقدار k را در معادله اول یافت.

۱۰.

(۱۰ نمره)

اگر $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $A \cup C = \{a, b, c, h, i\}$ ، حاصل $A \cup (B \cap C)$ را مشخص کنید.

ب. $\{a, b, c, i, h\}$
د. $\{a, c\}$

الف. $\{a, b, c, h\}$
ج. $\{a, b, c\}$

پاسخ:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{a, b, c\}$$