



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسانه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱
(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)
«هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.»

پاسخ :

درست

. ۲
(۱۰ نمره)

مختصات نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی تابع به معادله $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ را تعیین کنید.

پاسخ :

$$f'(x) = 6x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$$
$$f(0) = 2, f(1) = 1 \Rightarrow (0, 2), (1, 1)$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسانه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

«نقطه $(1,1)$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $|^2x - x^3|$ است.»

پاسخ :

نادرست

(۱۰ نمره)

مقادیر m و n را طوری بیابید که نقطه $A(-1,4)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع

$f(x) = mx^4 - nx + 2$ باشد.

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسانه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$f(-1) = -m + n + 2 = 4 \Rightarrow -m + n = 2 \quad (1)$$

$$f'(x) = 3mx^2 - n \Rightarrow f'(-1) = 3m - n = 0 \quad (2)$$

$$\stackrel{1,2}{\Rightarrow} m = 1, n = 3$$

. ۵

(۱۰ نمره)

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

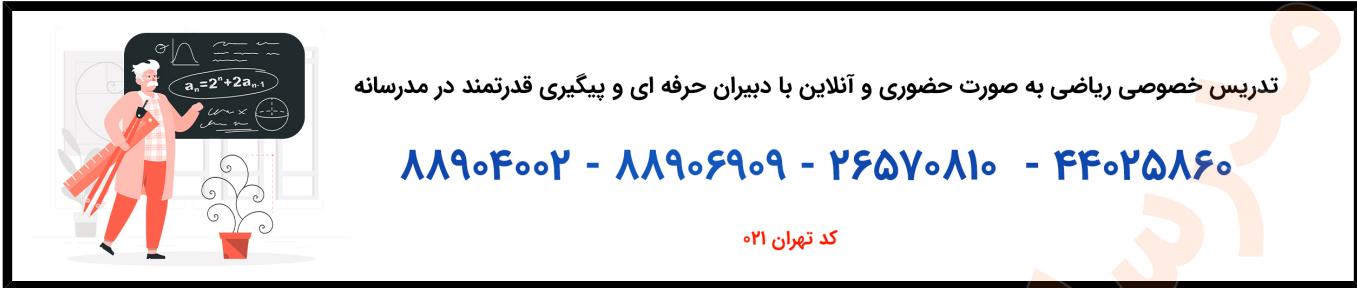
(هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ :

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$$

$$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y$$

$$s' = 2y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$



. ۶
(۱۰ نمره)

مقادیر m و n را طوری بیابید که نقطه $(1, -1)$ اکسترمم نسبی تابع

$$f(x) = \frac{x^3 + mx^2 + n}{x^2 + 1}$$

پاسخ :

$$f(1) = \frac{1 + m + n}{2} = -1 \Rightarrow m + n = -3 \quad (1)$$

$$f'(x) = \frac{x^4 + 3x^3 + 2x(m-n)}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{2 + m - n}{2} = 0 \Rightarrow m - n = -2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow m = -\frac{5}{2}, \quad n = -\frac{1}{2}$$

. ۷
(۱۰ نمره)

نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ([هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲](#))

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

پاسخ :

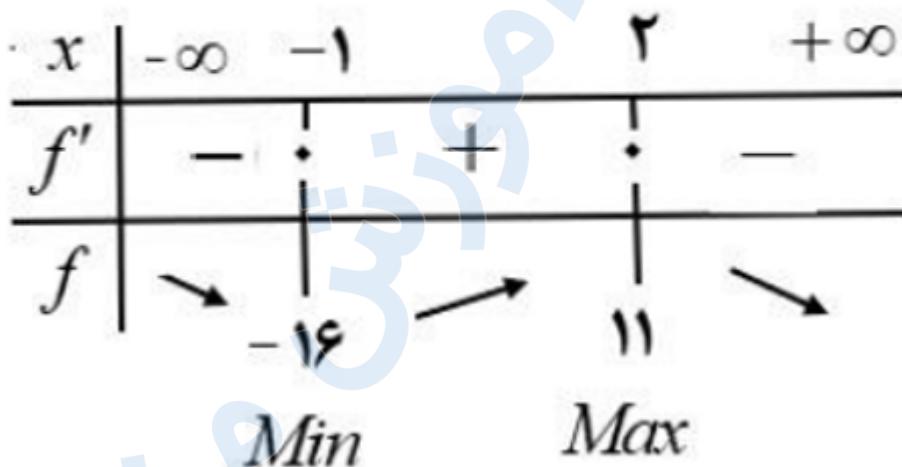


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسانه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$f'(x) = -5x^4 + 5x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$



. ۸

(۱۰ نمره)

شیب خطی را بیابید که در نقطه $x = 2$ بر منحنی به معادله $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x$ مماس باشد.

پاسخ :

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3 \Rightarrow m = f'(2) = 4(2)^3 - 6(2)^2 + 3 = 7$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسانه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

(۱۰ نمره)

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن شود.

(هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$\begin{aligned}x - y &= 10 \Rightarrow y = x - 10 \Rightarrow \\p = xy &= x(x - 10) \Rightarrow p(x) = x^2 - 10x \Rightarrow \\p'(x) &= 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5\end{aligned}$$

(۱۰ نمره)

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ روی چه بازه‌ای صعودی است؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسانه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$D_f = R \quad , \quad f'(x) = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} > 0 \quad \Rightarrow \quad -x^2 + 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad -1 < x < 1$$

تابع روی (۱,۱) اکیدا صعودی است

مخصوصی ریاضی