



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

.۱

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)  
«هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.»

پاسخ:

درست

.۲

(۱۰ نمره)

مختصات نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی تابع به معادله  
 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$  را تعیین کنید.

پاسخ:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$$

$$f(0) = 2, f(1) = 1 \Rightarrow (0, 2), (1, 1)$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۳.

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)  
«نقطه (۱,۱) یک نقطه گوشه‌ای برای تابع  $f(x) = |۲ - x^۲|$  است.»

پاسخ:

نادرست

۴.

(۱۰ نمره)

مقادیر  $m$  و  $n$  را طوری بیابید که نقطه  $A(-۱,۴)$  نقطه اکسترمم نسبی تابع  
 $f(x) = mx^۳ - nx + ۲$  باشد.

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$f(-1) = -m + n + 2 = 4 \Rightarrow -m + n = 2 \quad (1)$$

$$f'(x) = 3mx^2 - n \Rightarrow f'(-1) = 3m - n = 0 \quad (2)$$

$$\stackrel{1,2}{\Rightarrow} m = 1, n = 3$$

۵.

(۱۰ نمره)

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

(هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$$

$$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y$$

$$s' = 2y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۶.

(۱۰ نمره)

مقادیر  $m$  و  $n$  را طوری بیابید که نقطه  $(1, -1)$  اکسترمم نسبی تابع

$$f(x) = \frac{x^3 + mx^2 + n}{x^2 + 1} \text{ باشد.}$$

پاسخ:

$$f(1) = \frac{1 + m + n}{2} = -1 \Rightarrow m + n = -3 \quad (1)$$

$$f'(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 2x(m-n)}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{2 + m - n}{2} = 0 \Rightarrow m - n = -2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow m = -\frac{5}{2}, n = -\frac{1}{2}$$

۷.

(۱۰ نمره)

نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم

نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f'$	$-$	$+$	$-$	
$f$		$-16$	$11$	
		<i>Min</i>	<i>Max</i>	

.۸

(۱۰ نمره)

شیب خطی را بیابید که در نقطه  $x = 2$  بر منحنی به معادله  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$  مماس باشد.

پاسخ:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 3 \Rightarrow m = f'(2) = 3(4) - 4(2) + 3 = 7$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

.۹

(۱۰ نمره)

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن شود.

(همانگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$\begin{aligned}x - y &= 10 \Rightarrow y = x - 10 \Rightarrow \\p = xy &= x(x - 10) \Rightarrow p(x) = x^2 - 10x \Rightarrow \\p'(x) &= 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5\end{aligned}$$

.۱۰

(۱۰ نمره)

تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  روی چه بازه‌ای صعودی اکید است؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$D_f = R, \quad f'(x) = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} > 0 \Rightarrow -x^2 + 1 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1$$

تابع روی  $(-1, 1)$  اکیدا صعودی است