



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۱۰ نمره)

جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2$ را رسم کنید. (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

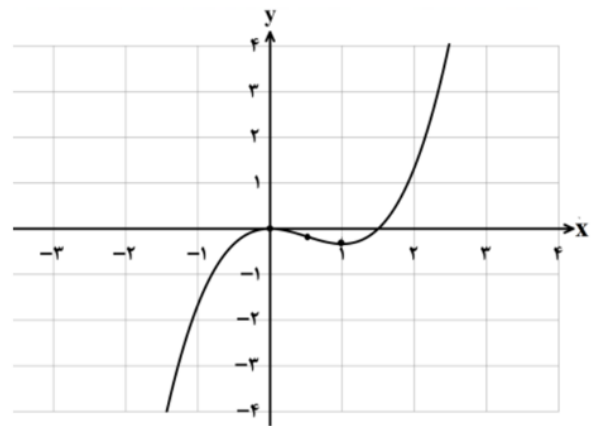
پاسخ :

$$D_f = R$$

$$f'(x) = 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f''(x) = 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
f'	+	-	-	+	+
f''	-	-	+	+	+
f		↗	↘	↘	↗
		∪	∩	∪	∪
			$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}$	
		max		min	



. ۲

(۱۰ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه



۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

ابتدا جهت تقعر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ را در دامنه آن بررسی نمایید و سپس نقطه عطف آن را در صورت وجود، به دست بیاورید. (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ :

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3}$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	$-$		$+$
f			

نقطه عطف وجود ندارد.

(۱۰ نمره)

. ۳



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اکسترم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست بیاورید. (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ :

$$f'(x) = 5x^4 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ غقق}$$

$$\begin{cases} f(1) = -4 \Rightarrow \min \\ f(0) = 0 \\ f(2) = 22 \Rightarrow \max \end{cases}$$

. ۴

(۱۰ نمره)

نمودار تابعی را رسم کنید که یک نقطه ماکزیمم نسبی داشته باشد که تابع در آن ناپیوسته باشد. (نرگس نجف آبادی)

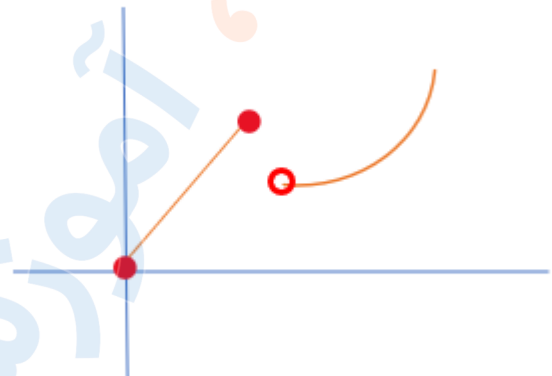
پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

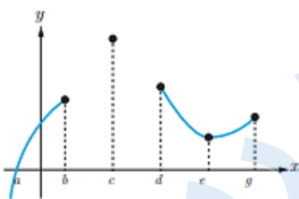
کد تهران ۰۲۱



۵ .

(۱۰ نمره)

تعداد نقاط اکسترمم نسبی نمودار روبه‌رو برابر است. (نرگس نجف آبادی)



پاسخ :

۱



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۶.

(۱۰ نمره)

اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 1]$ تعیین کنید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f(0) = +1 \quad \text{max} \\ f(-1) = -3 \quad \text{min} \end{cases}$$

۷.

(۱۰ نمره)

اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ باشد، مقدار b را بیابید.

(هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\begin{cases} f(-1) = 1 \Rightarrow -1 + a - b - 1 = 1 \Rightarrow a - b = 3 \\ f''(x) = 6x + 2a, f''(-1) = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases} \Rightarrow b = 0$$

.۸

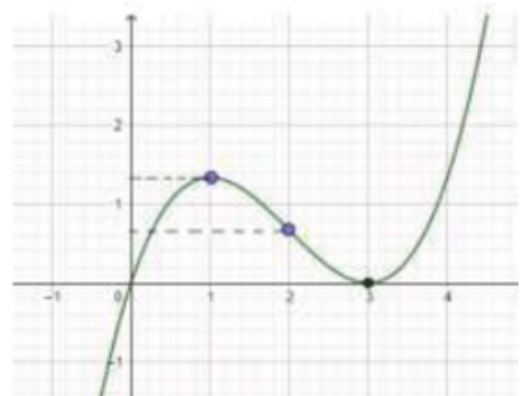
(۱۰ نمره)

جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow f''(x) = 2x - 4$$

x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$
$f'(x)$	+	۰	-	-	+
$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	۰	$+\infty$
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی	





تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

.۹

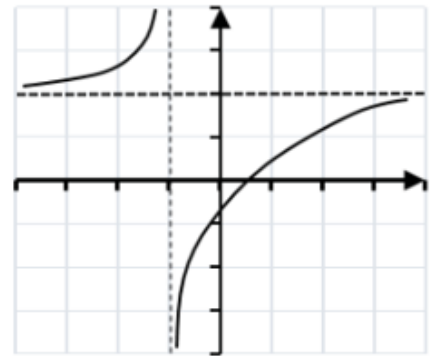
(۱۰ نمره)

جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:

$$\begin{cases} \text{مجانِب قائم } x = -1 \\ \text{مجانِب افقی } x = 2 \end{cases}, f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2



.۱۰

(۱۰ نمره)

یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول مستطیل چقدر باشد که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن شود؟ (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

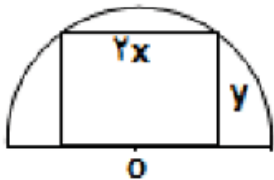


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2}) \Rightarrow$$

$$s'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{4}, y = \sqrt{4}$$

$$\text{عرض} = \sqrt{4}, \text{طول} = 2\sqrt{4}$$