



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

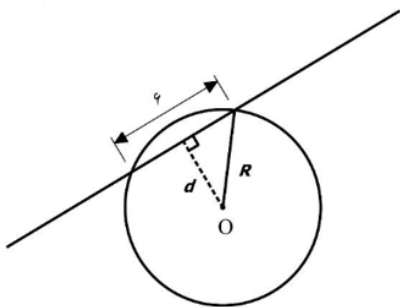
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

.۱

(۱۰ نمره)

مرکز دایره‌ای نقطه $O(۲, -۳)$ است. این دایره روی خط $۳x - ۴y + ۲ = ۰$ و تری به طول ۶ جدا می‌کند. معادله دایره را بیابید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)



پاسخ:

$$d = \frac{|۳(۲) - ۴(-۳) + ۲|}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۴ \Rightarrow R^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ \Rightarrow R = ۵$$
$$\Rightarrow (x - ۲)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۲۵$$

.۲

(۱۰ نمره)

کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۱, -۵)$ هستند. اگر $a = ۶$ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی را پیدا کنید. (a اندازه نصف قطر بزرگ بیضی است.)

(هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$FF' = |۳ - (-۵)| = ۸ \Rightarrow ۲c = ۸ \Rightarrow c = ۴$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow b = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow BB' = ۴\sqrt{۵}$$

۳.

(۱۰ نمره)

شعاع دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 - ۲x - ۳ = ۰$ برابر است. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ :

$$x^2 + y^2 - ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow (x - ۱)^2 + y^2 = ۴ \Rightarrow R = ۲$$

۴.

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

«هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر خواهد شد.»

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

درست (صفحه ۱۳۱ کتاب درسی)

۵.

(۱۰ نمره)

معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(۰, ۳)$ و بر خط $x - ۴y = ۳$ مماس باشد. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)

پاسخ:

می‌دانیم شعاع دایره برابر فاصله مرکز از خط مماس است، پس:

$$r = \frac{|۳(۰) - ۴(۳) - ۳|}{\sqrt{۳^2 + ۴^2}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳ \Rightarrow (x - ۰)^2 + (y - ۳)^2 = ۹$$

۶.

(۱۰ نمره)

معادله خطی را بنویسید که بر خط $x + y = ۱$ و بر دایره

$$x^2 + y^2 - ۲x + ۶y + ۱ = ۰$$

عمود شود.



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ $R = 2$ $O(1, -3)$
خطی که از مرکز دایره عبور کند بر دایره عمود است. کافی است معادله خطی را بنویسیم که از مرکز دایره عبور کند و بر خط $x + y = 1$ عمود شود.
 $m'(-1) = -1$ $m'x + m = -1$
 $m = -1$ شیب خط داده شده
 $\Rightarrow m' = 1$ شیب خط عمود
معادله خط عمود $y = x - 4$

.۷

(۱۰ نمره)

از نقطه $A(4, 2)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ رسم کرده ایم. معادله خط واصل بین دو نقطه تماس را بیابید.

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

$O'(1, -2)$ و $O''(4, 2)$ ، $AT = 5$ ، $AT' = 8$
 معادله دایره‌ای که به مرکز A و شعاع $AT = 8$ رسم شود
 $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 8^2$
 $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 25 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = 25$
 $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$
 برای بدست آوردن معادله TT' کافی است معادله هر دو مستقیم در دایره را بنویسیم
 (مسئله شماره ۲۲)
 $(x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1) - (x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5) = 0$
 $-2x + 6y + 1 + 8x + 4y + 5 = 0 \Rightarrow 6x + 10y + 6 = 0$
 $3x + 5y + 3 = 0$ معادله خط TT'

.۸

(۱۰ نمره)

از نقطه $A(4, 2)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ رسم کرده ایم . اندازه پاره خط واصل بین دو نقطه تماس را بیابید.

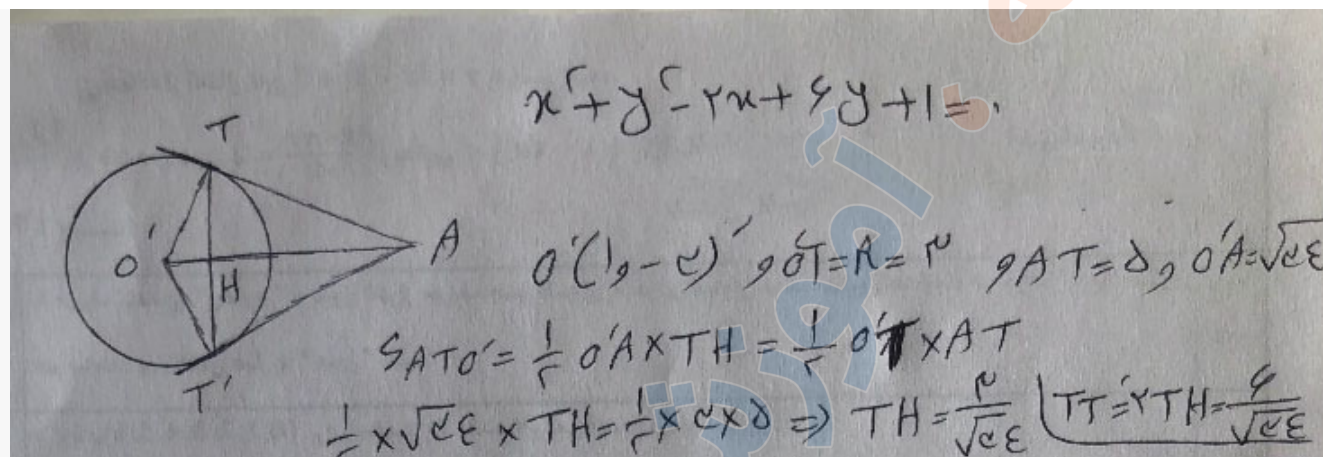
پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱



.۹

(۱۰ نمره)

طول پاره خطی را بیابید که از نقطه $A(4, 2)$ بر دایره ای به معادله

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

مماس رسم شود.

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ $A(ε, 2)$
 فصلات مرکز دایره $O'(-\frac{a}{ε}, -\frac{b}{ε}) \Rightarrow O'(1, -2)$
 $OT = R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - 4εc}{ε}} = \sqrt{\frac{(-2)^2 + (4)^2 - 4 \times 1}{ε}}$
 $OT = R = c$ شعاع دایره
 $OA = \sqrt{(x_A - x_{O'})^2 + (y_A - y_{O'})^2} = \sqrt{(ε - 1)^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{cε}$
 $AT = OA - OT = \sqrt{cε} - c = 2.5$ $\boxed{AT = 5}$
 $\boxed{AT \leq 5}$

روش دیگری برای مسئله ۲۴

$AT^2 = AM \times AN = F(x, y)$
 $AT = \sqrt{F(x, y)}$
 $AT = \sqrt{(ε)^2 + (2)^2 - 2 \times ε + 4 \times 2 + 1}$
 $AT = \sqrt{cε} \Rightarrow \boxed{AT = 5}$

* نکته سوال ۲۴ *

$AT^2 = AM \times AN = \sqrt{F(x, y)}$ اگر از نظر $A(x, y)$ های AT و AMN را نسبت به دایره رسم کنیم به صورت $F(x, y) = x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

(۱۰ نمره)

. ۱۰



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

معادله خطی را بیابید که از نقطه $A(2, -1)$ بگذرد و بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ مماس شود.

پاسخ :

با قرار دادن مختصات A در معادله دایره منقضی می شود نقطه A روی محیط دایره است. $4 + 1 - 4 - 6 + 5 = 0$

صدا نیم خط مماس بر دایره در نقطه مماس بر شعاع دایره نقطه مماس عمود است

$0(-\frac{a}{r} - \frac{b}{r}) = 0(1 - 1)$ $A(2, -1)$

$m_{خط مماس} = \frac{-1}{m_{OA}}$

$m_{OA} = \frac{y_A - y_0}{x_A - x_0} = \frac{-1 + 1}{2 - 1} = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} خط مماس \\ m = \frac{-1}{2} \end{array} \right.$

$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$ $\boxed{y = -\frac{1}{2}x}$