



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۱۰ نمره)

باقی مانده تقسیم عدد  $A = 63^{14} + 1$  را بر ۱۶ به دست بیاورید. (همه‌نگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ :

$$63^{14} \equiv -1 \Rightarrow 63^{14} \equiv 1 \Rightarrow A \equiv 2 \Rightarrow r = 2$$

. ۲

(۱۰ نمره)

اگر عددی مانند  $k$  در  $z$  باشد به طوری که  $7|2k + 1$ ، ثابت کنید: (همه‌نگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

$$49|4k^2 - 10k - 6$$

پاسخ :

$$7|2k + 1 \Rightarrow \begin{cases} 49|4k^2 + 4k + 1 \\ 49|14k + 7 \end{cases} \Rightarrow 49|4k^2 - 10k - 6$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۳.

(۱۰ نمره)

به روش برهان خلف نشان دهید؛ اگر  $a$  عدد صحیح فرد باشد و  $2|a + b$  آن گاه  $b$  نیز عددی فرد است.

(هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$b = 2k, b|a + 2 \Rightarrow a + 2 = bq \Rightarrow a = 2t$$

با فرض سوال در تناقض است.

۴.

(۱۰ نمره)

برای هر دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$ ، به روش بازگشتی نشان دهید: (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

$$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$$

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 &\Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 2 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x + y)^2 + (x - 2)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

همواره برقرار است.

. ۵

(۱۰ نمره)

درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

«اگر داشته باشیم  $(a, b) = 1$  آن گاه می‌گوییم،  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول هستند.»

پاسخ:

درست

. ۶

(۱۰ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

به کمک اثبات بازگشتی ثابت کنید که: (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)

$$(x + y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4$$

پاسخ:

$$(x + y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4 \Leftrightarrow (x + y) \left( \frac{x + y}{xy} \right) \geq 4 \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow$$
$$x^2 + y^2 + 2xy - 4xy \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$$

همیشه درست است.

.۷

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)

« از یک نقطه خارج یک خط فقط یک خط می‌توان بر آن عمود کرد. »

پاسخ:

درست



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۸.

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)  
«مربع هر عدد فرد را می‌توان به صورت  $1 + 8k$  نوشت.»

پاسخ :

درست

۹.

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)  
«توان سوم هر عدد حقیقی از توان دوم آن همیشه بزرگتر است.»

پاسخ :

نادرست، برای اعداد کوچک تر از یک صدق نمی‌کند.



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱۰

(۱۰ نمره)

معادله هم‌نهشتی  $5x \equiv 2 \pmod{11}$  را حل کنید و جواب عمومی آن را بنویسید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۳۹۹)

پاسخ:

$$2 \equiv 35 \pmod{11} \Rightarrow 5x \equiv 35 \pmod{11} \xrightarrow{(5,11)=1} x \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow x = 11k + 7$$