



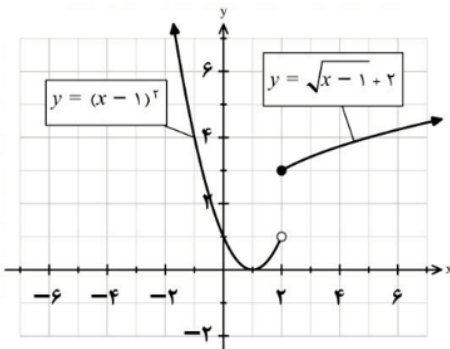
تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۱ نمره)



نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است.

الف) آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است؟

ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟

(هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ:

الف) خیر، چون مشتق چپ و راست تابع در این نقطه با هم برابر نیستند.

ب) بله، چون تابع در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است.

. ۲

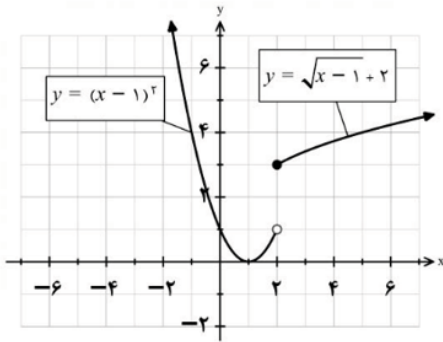
(۱ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱



نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است.
مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ کدام است؟ (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$$

(۱ نمره)

مشتق تابع زیر را به دست آورید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

(ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = x(x-1)(x+1)$$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$f(x) = x(x^2 - 1) = x^3 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1$$

.۴

(۱ نمره)

جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می آید. سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$$

.۵

(۱ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

مشتق تابع زیر کدام است؟ (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

$$g(x) = \left(\frac{2x - 1}{x + 1} \right)^3$$

پاسخ :

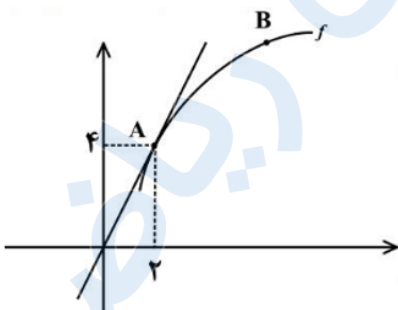
$$g'(x) = 3 \left(\frac{2x - 1}{x + 1} \right)^2 \left(\frac{2(x + 1) - (2x - 1)}{(x + 1)^2} \right)$$

۶.

(۱ نمره)

نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد، حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \text{ را بیابید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)}$$



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2$$

. ۷

(۱ نمره)

جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید، مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم 35 m/s است؟ (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:

$$h'(t) = -10t + 40 = 35 \Rightarrow t = 0,5 \text{ s}$$

. ۸

(۱ نمره)

جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید، سرعت متوسط جسم در بازه $[5, 8]$ کدام است؟ (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} = \frac{0 - 75}{3} = -25$$

(۱ نمره)

مشق تابع زیر را به دست آورید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

(ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$$

پاسخ:

$$g'(x) = (6x)(2x - 5)^3 + (3)(2)(2x - 5)^2(3x^2 - 4)$$

(۱ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

مشتق تابع زیر کدام است؟ (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

$$f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$$

پاسخ :

$$f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$