



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۱۰ نمره)

دستگاه مقابل را با استفاده از A^{-1} حل کنید. (همانگ کشوری دی ۱۳۹۹)

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

پاسخ :

$$AX = B \xrightarrow{\times A^{-1}} X = A^{-1}B, A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow X = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۲.

(۱۰ نمره)

اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست بیاورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.

(همانگ کشوری دی ۱۳۹۹)

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 + 3a & -8 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

۳.

(۱۰ نمره)

اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×3 با درایه‌های $\begin{cases} i - j & i < j \\ 2 & i = j \\ i + j & i > j \end{cases}$ باشد، درایه‌های a_{33} و a_{31} و a_{12} را به دست آورید. (همانگ کشوری دی ۱۳۹۹)

پاسخ :

$$a_{33} = 2, a_{31} = 3 + 1 = 4, a_{12} = 1 - 2 = -1$$

۴.

(۱۰ نمره)

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (همانگ کشوری دی ۱۳۹۹)

«اگر برای ماتریس‌های متمایز A, B و C داشته باشیم، $AC = AB$ ، آنگاه لزوماً $C = B$ است.»



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

نادرست

۵.

(۱۰ نمره)

دترمینان ماتریس مقابل را به روش ساروس بیابید. (امتحان شبه‌نهایی مرکزی ۱۴۰۲)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

پاسخ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5 - 12 + 0) - (-15 + 0 + 8) = 0$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۶.

(۱۰ نمره)

اگر A ماتریسی 3×3 باشد، مقدار دترمینان $|kA|$ برابر است. (امتحان شبه‌نهایی مرکزی - ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$k^3 |A|$$

۷.

(۱۰ نمره)

دستگاه معادله خطی بنویسید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس آن را حل کنید. (امتحان شبه‌نهایی تهران - ۱۴۰۲)

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

$$X = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۸.

(۱۰ نمره)

اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A \times B$ ماتریس قطری باشد، مقدار a برابر است با

(امتحان شبه‌نهایی تهران - ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$a = 4$$

۹.



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

(۱۰ نمره)

شرط لازم و کافی برای اینکه A^{-1} وجود داشته باشد آن است که باشد. (امتحان شبه‌نهایی تهران - ۱۴۰۲)

پاسخ :

$$|A| \neq 0$$

. ۱۰

(۱۰ نمره)

درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید. (امتحان شبه‌نهایی تهران - ۱۴۰۲)

«دستگاه معادله $\begin{cases} -2x + 3y = 2 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد است.»

پاسخ :

نادرست؛ خطوط داده شده موازی هستند و دستگاه جواب ندارد: $\frac{-2}{4} = \frac{3}{-6} = \frac{2}{-4}$