



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۱۰ نمره)

مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط $(1, -2)$ و $(1, 6)$ است. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{4}$ باشد، فاصله کانونی را بیابید. (هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4, \frac{c}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow c = 1 \Rightarrow FF' = 2c = 2$$

. ۲

(۱۰ نمره)

معادله دایره ای را بیابید که مرکز آن به طول ۲- بوده و بر دو خط به معادلات: $y = x + 4$ و $y = x - 2$ مماس باشد.

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اگر دایره ای جز دو خط موازی نباشد
 مرکز آن روی خطی که بین دو خط موازی
 مسکوی از دو خط است $(OT = OT')$
 $d_1 \parallel d_2 \parallel d$
 $\left. \begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ ax + by + c' &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ دو خط موازی}$
 مساحت دایره $R = \frac{|c - c'|}{2\sqrt{a^2 + b^2}}$
 معادله خط d
 d معادله خط $= ax + by + \frac{c+c'}{2} = 0$
 $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow d \text{ معادله خط} \Rightarrow x - y + \frac{1-2}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{x - y + 1 = 0}$
 $R = \frac{|1 - (-2)|}{2\sqrt{1+1}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$
 مرکز دایره $O'(-2, 3) \Rightarrow -2 - 3 + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{3 = -1}$
 $(O'(-2, 3))$ مرکز دایره $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = R^2 \Rightarrow \boxed{(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = \frac{9}{2}}$
 معادله دایره

۳.

(۱۰ نمره)

اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است.

(هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

دایره



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

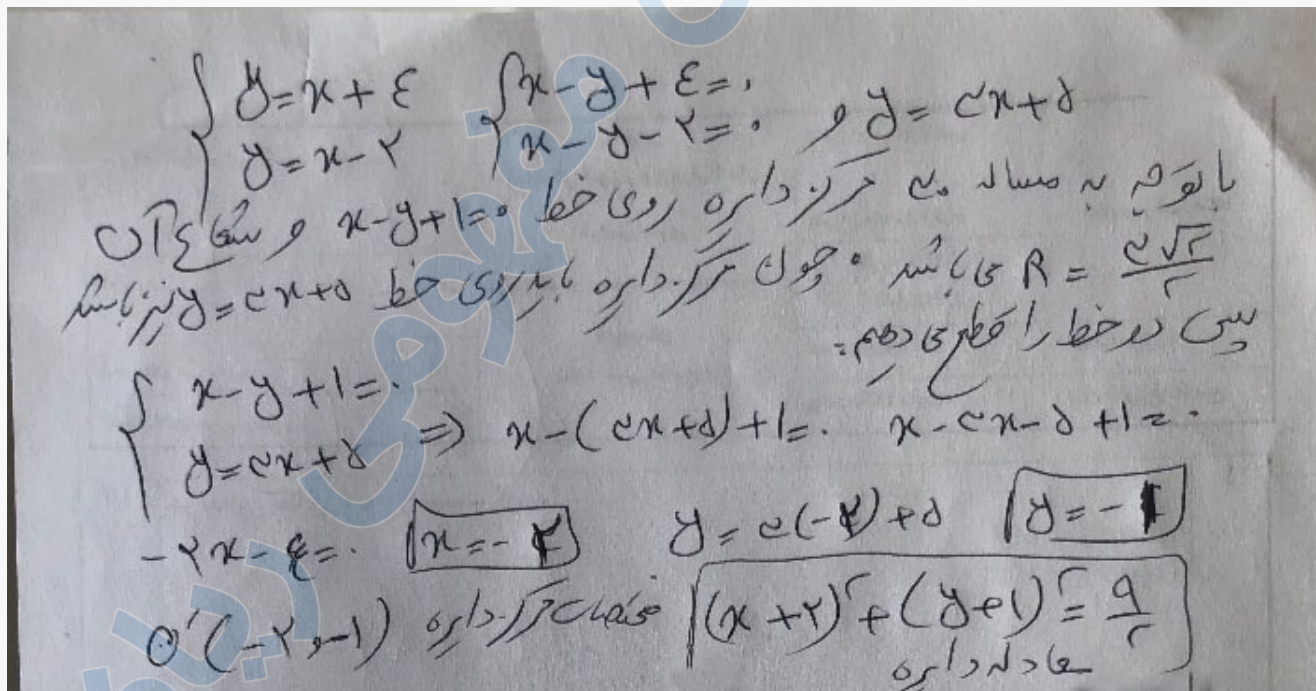
کد تهران ۰۲۱

. ۴

(۱۰ نمره)

معادله دایره ای را بیابید که مرکز آن روی خط $y=3x+5$ بوده و بر دو خط به معادلات: $y = x+4$ و $y = x-2$ مماس باشد.

پاسخ:



. ۵



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

(۱۰ نمره)

معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 10$$
$$O(-1, -1), R = \sqrt{10}$$

.۶

(۱۰ نمره)

مقدار m را طوری بیابید تا دو دایره به معادلات زیر مماس داخل باشند:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y + m = 0 \quad \text{و} \quad x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0 \rightarrow O_1(1, -3) \text{ و } R_1 = 2 \\ x^2 + y^2 + 4x - 2y + m = 0 \rightarrow O_2(-2, 1) \text{ و } R_2 = \sqrt{\frac{16 + 4 - 4m}{4}} \end{cases}$$

چون دو دایره هم‌دایره داخل هم نیستند باید

$$O_1 O_2 = |R_1 - R_2|$$

$$O_1 O_2 = \sqrt{(1+2)^2 + (-3-1)^2} \quad |O_1 O_2 = \delta \quad \delta = |\sqrt{\delta - m} - 2|$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\delta - m} - 2 &= \delta & \sqrt{\delta - m} &= 8 & \delta - m &= 64 & m &= -64 \\ \sqrt{\delta - m} - 2 &= -\delta & \sqrt{\delta - m} &= -2 & & & & \end{aligned}$$

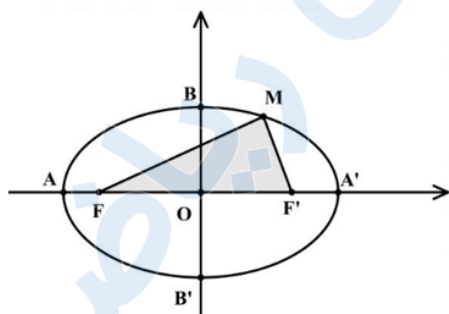
غیر قابل قبول

.۷

(۱۰ نمره)

اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $f'(4, 0)$ و مختصات راس $B(0, 3)$ باشد، محیط مثلث MFF' را بیابید.

(هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

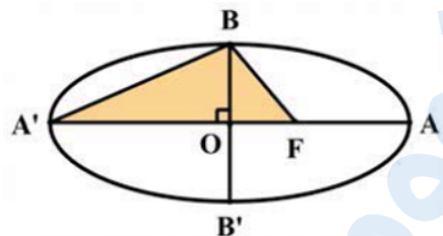
$$\begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = 25 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow 2a = 10$$

$$\text{محیط } MFF' = (MF + MF') + FF' = 2a + 2c = 10 + 8 = 18$$

. ۸

(۱۰ نمره)

اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشند، مقدار $A'F$ را به دست آورید. (F کانون بیضی است)



(هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = 25 - 16 \Rightarrow c = 3, A'F = a + c \Rightarrow A'F = 8$$

. ۹

(۱۰ نمره)



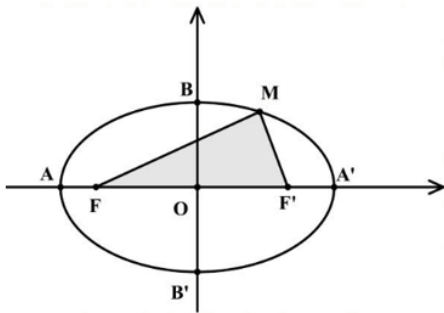
تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $f'(۴,۰)$ و مختصات راس $B(۰,۳)$ باشد، اندازه قطر بزرگ بیضی را بیابید.

(هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)



پاسخ :

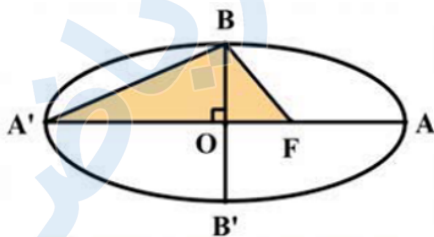
$$\begin{cases} b = ۳ \\ c = ۴ \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = ۲۵ \Rightarrow a = ۵ \Rightarrow ۲a = ۱۰$$

.۱۰

(۱۰ نمره)

اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشند، مساحت مثلث رنگی چقدر

است؟ (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)





تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = 25 - 16 \Rightarrow c = 3$$

$$S = \frac{(a + c) \times b}{2} \Rightarrow S = \frac{(5 + 3) \times 4}{2} = 16$$