



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۱۰ نمره)

در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را بیابید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:

$$\begin{aligned} 2(x+y) = 14 &\Rightarrow y = 7-x \Rightarrow S = xy = x(7-x) \Rightarrow S(x) = -x^2 + 7x \\ \Rightarrow S'(x) = -2x + 7 = 0 &\Rightarrow x = 3,5, \quad y = 3,5 \end{aligned}$$

. ۲

(۱۰ نمره)

اگر نقطه $(2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)

پاسخ:

$$\begin{cases} f'(2) = 0 &\Rightarrow 3(2^2) + 2b(2) = 12 + 4b = 0 &\Rightarrow b = -3 \\ f(2) = 1 &\Rightarrow 2^3 - 3(2^2) + d = 1 &\Rightarrow d = 5 \end{cases}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۳.

(۱۰ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (همه‌هنگ کشوری خرداد ۱۴۰۰)
«هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.»

پاسخ:

درست (صفحه ۱۰۶ کتاب درسی)

۴.

(۱۰ نمره)

اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم شود. (همه‌هنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)

پاسخ:

$$p = xy = x(5x - 10) \Rightarrow p(x) = 5x^2 - 10x$$
$$p'(x) = 0 \Rightarrow 10x - 10 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -5$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۵.

(۱۰ نمره)

اکسترم‌های نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید.

(هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)

پاسخ:

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

x		-1		3		
f'		+	•	-	•	+
f			max		min	
			$\frac{7}{3}$		$-\frac{25}{3}$	

۶.

(۱۰ نمره)

به ازای چه مقدار m تابع $f(x) = x^3 + 2mx^2 + 4x - 1$ همواره صعودی است؟



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

همواره صعودی : فاقد اکسترمم نسبی و ضریب x^3 مثبت

$$f'(x) = 3x^2 + 4mx + 4 \neq 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$16m^2 - 4(3)(4) < 0 \Rightarrow m^2 < 3 \Rightarrow -3 < m < 3$$

. ۷

(۱۰ نمره)

به ازای چه مقدار m تابع $f(x) = x^3 + 2mx^2 + 4x - 1$ فاقد اکسترمم نسبی است؟

پاسخ :

$$f'(x) = 3x^2 + 4mx + 4 \neq 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$16m^2 - 4(3)(4) < 0 \Rightarrow m^2 < 3 \Rightarrow -3 < m < 3$$

. ۸

(۱۰ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

ماکزیم و مینیم نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x$ را با استفاده از آزمون مشتق اول به دست آورید. آیا این تابع ماکزیمم و مینیمم مطلق دارد؟ چرا؟

پاسخ :

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, x = 3$$

	۲	۳	
y'	+	۰	-
y		$\frac{14}{3}$	$\frac{9}{2}$

ماکزیمم نسبی مینیمم نسبی

تابع داده شده ماکزیمم و مینیمم مطلق ندارد، چون درجه ۳ است و می‌دانیم تابع درجه ۳ وقتی x به اندازه کافی بزرگ یا کوچک شود به $\pm\infty$ میل می‌کند.

.۹

(۱۰ نمره)

مختصات نقاط بحرانی و مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $y = x^3 - 3x - 5$ را در صورت وجود تعیین کنید.

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

نقاط بحرانی $y' = 0 \implies x = \pm 1$, $y' = 3x^2 - 3$, $D_y = R$

این تابع روی مجموعه اعداد حقیقی ماکزیمم و مینیمم مطلق ندارد.

۱۰.

(۱۰ نمره)

نقاط بحرانی تابع با ضابطه زیر را مشخص کنید:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ x^3 - 3x & x < 0 \end{cases}$$

پاسخ:

$$D_f = R , f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x > 0 \\ 3x^2 - 3 & x < 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -1, x = +1 \end{cases}$$

نقطه $x=0$ نیز که تابع در آن مشتق ندارد یکی از نقاط بحرانی تابع است.