



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۱۰ نمره)

قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه‌ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید. (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

	a	b	c
شنبه	۱	۲	۳
یکشنبه	۳	۱	۲
دوشنبه	۲	۳	۱

 و

	a	b	c
شنبه	۱	۳	۲
یکشنبه	۳	۲	۱
دوشنبه	۲	۱	۳

 →

	a	b	c
شنبه	۱۱	۲۳	۳۲
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳

۲.

(۱۰ نمره)

اگر داشته باشیم $A = \{۷, ۸, ۹\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشند؟ (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$\binom{6}{2} \times \binom{6}{4} \times 6!$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۳.

(۱۰ نمره)

در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه‌های روی قطر اصلی برابر است. (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

۴

۴.

(۱۰ نمره)

تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.

(هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$\frac{4!}{2!} = 60$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۵.

(۱۰ نمره)

یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟ (هماهنگ کشوری شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2, n = 3(4) = 12 \Rightarrow kn + 1 = 12 \times 2 + 1 = 25$$

۶.

(۱۰ نمره)

در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسانی هستند کدام است؟ (امتحان شبه‌نهایی مرکزی - ۱۴۰۲)

پاسخ:

تعداد ماه‌های سال را لانه در نظر می‌گیریم؛ طبق اصل لانه کبوتری داریم:

$$\frac{65}{12} = 5.4 \Rightarrow 5 + 1 = 6$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۷

(۱۰ نمره)

فرض کنید A یک مربع لاتین از مرتبه ۴ باشد. به چند طریق می‌توان دو خانه از A را انتخاب کرد که مجموع عددهای این دو خانه برابر ۴ باشد؟ (امتحان شبه‌نهایی مرکزی - ۱۴۰۲)

پاسخ :

در مربع لاتین A هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴؛ چهار بار ظاهر شده‌اند، بنابراین برای انتخاب دو خانه از A که مجموع آن‌ها برابر ۴ باشد، باید دو خانه شامل عدد ۲ یا دو خانه شامل عددهای ۱ و ۳ را انتخاب کنیم در نتیجه پاسخ برابر است با:

$$\binom{4}{2} + \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 22$$

. ۸

(۱۰ نمره)

به چند طریق می‌توان هشت توپ یکسان را در پنج جعبه مختلف قرار داد به طوری که دقیقاً دو جعبه خالی بماند؟ (امتحان شبه‌نهایی مرکزی - ۱۴۰۲)

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

توجه: دوتا از پنج جعبه را انتخاب و کنار می‌گذاریم.

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = 210$$

.۹

(۱۰ نمره)

با ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴ چند عدد ۷ رقمی می‌توان نوشت؟ (همه‌هنگ کشوری خرداد ۱۳۹۹)

پاسخ:

$$\frac{7!}{2! \times 3!} = 420$$

.۱۰

(۱۰ نمره)

به چند طریق می‌توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه انتخاب کرد اگر بخواهیم از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم؟ (همه‌هنگ کشوری خرداد ۱۳۹۹)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$x_1 + \dots + x_5 = 11, \quad x_2 \geq 2, \quad x_5 \geq 4$$

$$x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11 \Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$$

$$\Rightarrow \binom{5+4}{4} = \binom{9}{4}$$