



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۵ نمره)

گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟ (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} = 120 + 210 + 252 = 582$$

. ۲

(۵ نمره)

۶ جفت جوراب در اختیار داریم. ۴ لنگه از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. در چند حالت فقط یک جفت جوراب انتخاب کرده‌ایم؟ (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$\binom{6}{1} \binom{5}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 6 \times 10 \times 2 \times 2 = 240$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۳.

(۵ نمره)

می‌خواهیم از میان ۴ مرد و ۵ زن یک مدیر و یک حسابدار و یک معاون انتخاب کنیم، طوری که حسابدار حتما مرد باشد. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

پاسخ:

$$4 \times (5 + 3) \times ((5 + 3) - 1) = 4 \times 8 \times 7 = 224$$

حسابدار مدیر معاون

۴.

(۵ نمره)

با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ چند عدد متقارن چهار رقمی می‌توان ساخت؟

پاسخ:

$$4 \times 4 \times 1 \times 1 = 16$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۵.

(۵ نمره)

معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\binom{n+3}{n} = 10$$

پاسخ :

$$\binom{n+3}{n} = \frac{(n+3)!}{n! \times 3!} = \frac{(n+3)(n+2)(n+1) \times \cancel{n!}}{\cancel{n!} \times 6} = 10 \Rightarrow (n+3)(n+2)(n+1) = 60 \Rightarrow n = 2$$

۶.

(۵ نمره)

از میان ۴ دانش آموز سال نهم و ۳ دانش آموز سال دهم می‌خواهیم یک تیم ۵ نفره تشکیل دهیم، که حداقل دو نفر آن‌ها از سال دهم باشند، به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

مسئله را در دو حالت حل می‌کنیم:

الف) ۲ نفر از پایه دهم و ۳ نفر از نهم انتخاب شوند:

$$\binom{3}{2} \binom{4}{3} = 3 \times 4 = 12$$

ب) ۳ نفر از پایه دهم و ۲ نفر از نهم انتخاب شوند:

$$\binom{3}{3} \binom{4}{2} = 1 \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

پس مجموعاً ۱۸ راه برای انتخاب این گروه پنج‌نفره وجود دارد.

.۷

(۵ نمره)

با ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

از جایگشت کمک می‌گیریم و مسئله را در دو حالت حل می‌کنیم:

الف) رقم یکان صفر باشد.

$$۵ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۶۰$$

ب) رقم یکان صفر نباشد.

$$۴ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۹۶$$

پس مجموعاً ۱۵۶ عدد می‌توان نوشت.

. ۸

(۵ نمره)

۸ نقطه A و B و C و D و E و F و G و H روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث می‌توان کشید که رئوس آن از این هشت نقطه انتخاب شده باشند؟

پاسخ :

پاسخ این مسئله برابر با ترکیب ۳ راس از این ۸ نقطه است.

. ۹



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

(۵ نمره)

فرض کنیم A یک مجموعه n عضوی و a یکی از اعضای آن باشد، تعداد زیرمجموعه های r عضوی مجموعه A و تعداد زیرمجموعه های r عضوی A که a در آن هست، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

پاسخ :

$$\binom{n-1}{r-1} - \binom{n}{r}$$

. ۱۰

(۵ نمره)

از میان ۸ ریاضی‌دان و ۶ فیزیک‌دان و ۵ شیمی‌دان قرار است کمیته‌ای علمی انتخاب شود. به ترتیب به چند طریق می‌توان این کمیته را انتخاب کرد اگر:
(الف) کمیته ۶ نفره باشد و از هر رشته ۲ نفر در آن عضو باشند؟
(ب) کمیته ۳ نفره باشند و از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشد؟

پاسخ :

$$\text{الف) } \binom{5}{2} \times \binom{6}{2} \times \binom{8}{2} = 10 \times 15 \times 28 = 4200$$

$$\text{ب) } \binom{5}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{8}{1} = 5 \times 6 \times 8 = 240$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱۱

(۵ نمره)

در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته ای تشکیل شود، به ترتیب به چند روش می توان این کار را انجام داد اگر کمیته ۴ نفری باشد و اگر کمیته ۳ نفری باشد و از هر یک از سه کشور، یک نفر در کمیته باشد؟

پاسخ :

اگر کمیته ۴ نفری باشد:

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{5!4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

و اگر کمیته ۳ نفری باشد و از هر یک از سه کشور، یک نفر در کمیته باشد:

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

. ۱۲

(۵ نمره)

از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم. اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب ها چند تاست؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$p(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2) = 7 \times 6 \times 5 \quad n=7$$

۱۳.

(۵ نمره)

با حروف کلمه «جهانگردی» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف «د» و «ی» کنار هم قرار داشته باشند؟

پاسخ :

اگر یکی از حروف را بسته «دی» در نظر بگیریم، تعداد جایگشت های ۷ شیء ۷! است، چون همین تعداد هم برای بسته «ید» وجود دارد، پس جواب کلی برابر است با: $7! \times 2$

۱۴.

(۵ نمره)

با حروف کلمه «جهانگردی» و بدون تکرار حروف به ترتیب چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت و چند تا از آنها به «ی» ختم می شود؟

پاسخ :

برای نوشتن تمام کلمات ۸ حرفی بدون تکراری، با این ۸ حرف کفایت تعداد جایگشت های ۸ شیء متمایز را بدست آورید، یعنی: ۸!

در حالتی که حرف آخر ۸ باشد، کفایت تعداد جایگشت ها روی ۷ حرف را بدست آورید، یعنی: ۷!



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱۵ .

(۵ نمره)

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{10!}{8!}$$

پاسخ :

$$\frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$$

۱۶ .

(۵ نمره)

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{8!}{6!}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$\frac{8 \times 7 \times 6!}{6!} = 56$$

۱۷ .

(۵ نمره)

تعداد کلمات هفت حرفی (با معنی و بدون معنی) که از کنار هم قرار دادن حروف (ت، ش، و، ا، ن، پ، ه) می توان ساخت چند تاست؟ (بدون تکرار حروف)

پاسخ :

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

۱۸ .

(۵ نمره)

در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده اتوماتیک و غیر اتوماتیک تولید می شود، اگر یکی از رنگ های تولید شده مشکی باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می شود؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$۵ \times ۱ \times ۳ \times ۲ = ۳۰$$

. ۱۹

(۵ نمره)

در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده اتوماتیک و غیر اتوماتیک تولید می شود، در مجموع چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

پاسخ :

$$۵ \times ۱۰ \times ۳ \times ۲ = ۳۰۰$$

. ۲۰

(۵ نمره)

با ارقام ۷ و ۳ و ۲ و ۰ به ترتیب چند عدد سه رقمی با ارقام تکراری و چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

پاسخ :

$$\text{با ارقام تکراری} : ۳ \times ۳ \times ۴ = ۴۸$$

$$\text{با ارقام غیر تکراری} : ۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۸$$