



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

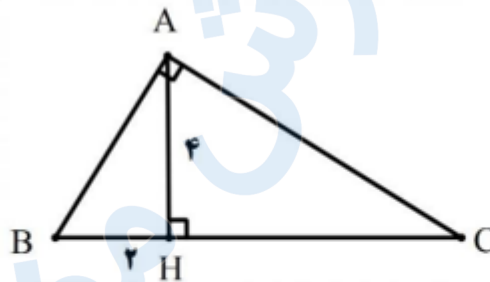
کد تهران ۰۲۱

.۱

(۵ نمره)

در مثلث قائم‌الزاویه ABC به راس قائم A اگر ارتفاع وارد بر BC باشد و $AH = ۴\text{cm}$ و $BH = ۲\text{cm}$ آن گاه اندازه BA و HC را بدست آورید. (همهانگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ:



$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 4^2 = 2 \cdot HC \Rightarrow HC = 8$$

$$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

.۲

(۵ نمره)

درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید. (دبیرستان گلستان علم کرج)
«در برهان خلف، فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می شود.»



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

درست

۳ .

(۵ نمره)

حکم کلی زیر را با مثال نقض رد کنید. (هماهنگ کشوری - خرداد۱۴۰۲)

«به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار عبارت $n^2 + n + 41$ عددی اول است.»

پاسخ :

اگر n را برابر ۴۱ یا مضرب آن قرار دهیم داریم:

$$(41)^2 + 41 + 41 = 1763$$

۴ .

(۵ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه‌جا کنیم، آنچه حاصل می‌شود است. (دبیرستان گلستان علم کرج)

پاسخ :

عکس قضیه

. ۵

(۵ نمره)

اگر $A(۲,۴)$ و $B(۴, -۲)$ دو سر قطر یک دایره باشند، مختصات مرکز دایره را بیابید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ :

$$\begin{cases} x_0 = \frac{۲ + ۴}{۲} = ۳ \\ y_0 = \frac{۴ - ۲}{۲} = ۱ \end{cases} \Rightarrow O(۳, ۱)$$

. ۶

(۵ نمره)

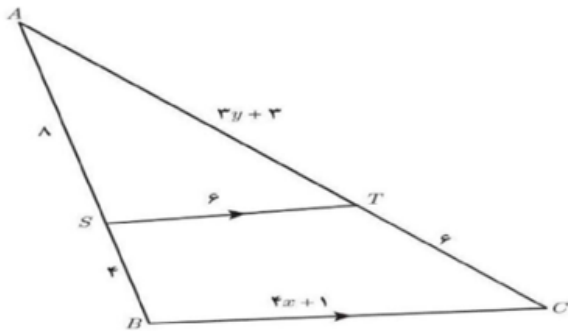


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. مقدار y را بیابید. (دبیرستان گلستان علم کرج)



پاسخ :

$$ST \parallel BC \Rightarrow \frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{3y+3}{6} \Rightarrow y = 3$$

. ۷

(۵ نمره)

مرکز دایره‌ای که سه رأس مثلث روی آن قرار دارند، نقطه برخورد می‌باشد. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ :

عمود منصف‌های اضلاع مثلث



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

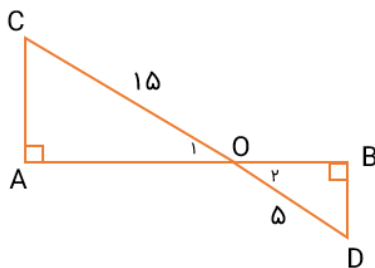
۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

.۸

(۵ نمره)

در شکل مقابل دو مثلث قائم‌الزاویه مشاهده می‌شود. نسبت محیط آن‌ها را بیابید. (دبیرستان گلستان علم کرج)



پاسخ :

$$\begin{cases} \angle O_1 = \angle O_2 \\ \angle A = \angle B \end{cases} \stackrel{\text{ز ز}}{\Rightarrow} \Delta OAC \sim \Delta OBD \Rightarrow \frac{P_{OAC}}{P_{OBD}} = \frac{15}{5} = 3$$

.۹

(۵ نمره)

در یک مثلث قائم‌الزاویه با وتر ۱۰ سانتی‌متری، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به نسبت ۲ به ۳ تقسیم کرده است. طول ارتفاع را بیابید. (دبیرستان نمونه دولتی نیکشهر)

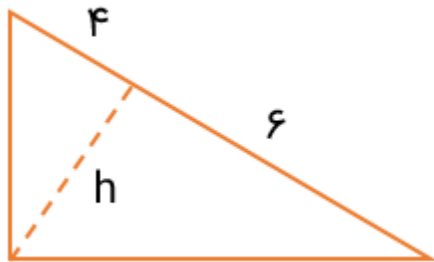
پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱



$$h^2 = 4 \times 6 = 24 \Rightarrow h = \sqrt{24}$$

. ۱۰

(۵ نمره)

اگر نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه $\frac{4}{7}$ باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها است.
(دبیرستان زینب - سلام‌الله - گیلان)

پاسخ :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$$

. ۱۱

(۵ نمره)

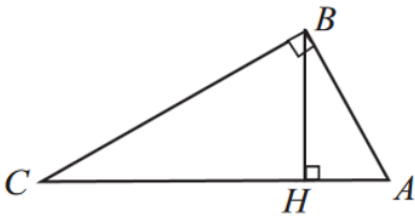


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

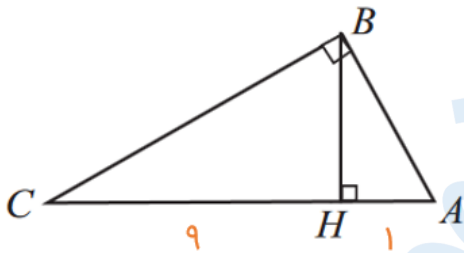
۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

در مثلث قائم الزاویه زیر $AC=10$ و $HC=9$ است. اندازه پاره خط BC را بیابید. (دبیرستان زینب - سلام الله - گیلان)



پاسخ :



$$BH^2 = CH \times HA = 9 \times 1 = 9 \Rightarrow BH = 3$$

$$BC^2 = BH^2 + CH^2 = 9 + 81 = 90 \Rightarrow BC = \sqrt{90}$$

. ۱۲

(۵ نمره)

به کمک برهان خلف ثابت کنید اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^2 عددی فرد باشد، آنگاه n نیز عددی فرد است. (حسین شجاعی)

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

فرض می‌کنیم n زوج است و ثابت می‌کنیم n^2 نمی‌تواند فرد باشد:

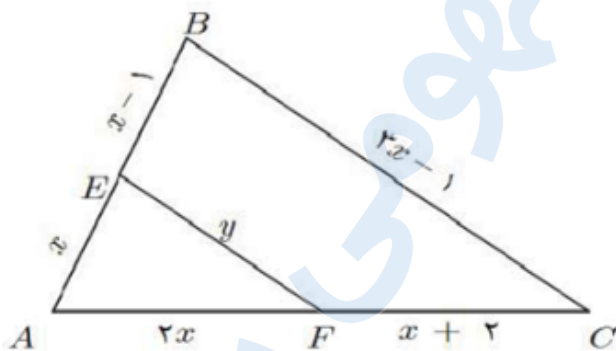
$$n = 2k \Rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2k' : n^2 \text{ زوج}$$

پس فرض خلف باطل است و اگر n^2 عددی فرد باشد، آنگاه n نیز عددی فرد است.

۱۳.

(۵ نمره)

در شکل زیر $EF \parallel BC$ است. مقدار y را بیابید. (بابک دهقانی)



پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

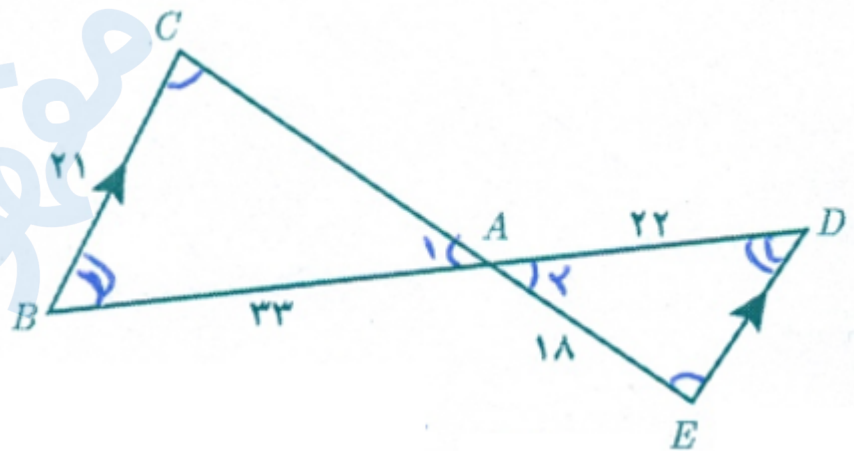
$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{x-1} = \frac{2x}{x+2} \Rightarrow x+2 = 2x-2 \Rightarrow x=4$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{y}{11} \Rightarrow y = \frac{44}{7}$$

. ۱۴

(۵ نمره)

در شکل مقابل $BC \parallel DE$ است. اندازه پاره‌های CA و DE به ترتیب کدام است؟



پاسخ:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{21}{22} = \frac{CA}{18} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} = \frac{CA}{18}, CA = \frac{3 \times 18}{2}, CA = 27 \\ \frac{3}{2} = \frac{BC}{DE}, DE = \frac{2 \times 21}{3}, DE = 14 \end{cases}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

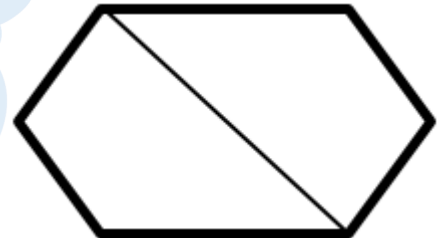
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱۵ .

(۵ نمره)

با توجه به شکل مقابل طول قطر شش ضلعی منتظم را بیابید که طول ضلع آن ۱۰ سانتی متر است.



پاسخ :

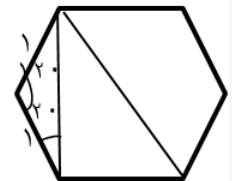
هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم $\frac{(n-2) \times 180}{n}$ است پس هر زاویه داخلی ۶ ضلعی منتظم $\frac{6 \times 180}{6} = 120$ می باشد. در مثلث ABC

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \cos 120$$

$$= 10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow AC = \sqrt{300}$$

در مثلث قائم الزاویه ACD بنا به قضیه فیثاغورس می توان نوشت:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = (\sqrt{300})^2 + 10^2 = 300 + 100 = 400 \rightarrow AD = 20$$





تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

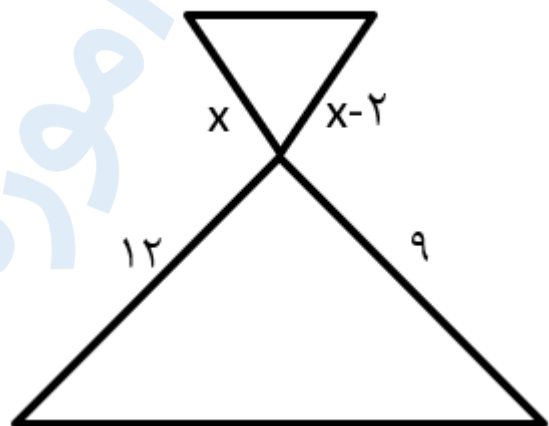
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱۶.

(۵ نمره)

در شکل مقابل دو مثلث متشابه اند نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\frac{x-2}{9} = \frac{x}{12} \rightarrow x = 8$$

در نتیجه نسبت تشابه به دو مثلث برابر است با

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

نسبت مساحت آن دو برابر است با

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

۱۷.

(۵ نمره)

در مثلث قائم الزاویه ABC (به راس A) ارتفاع وارد بر وتر دو قطعه به طول های $BH = 3$ و $CH = 5$ ایجاد کرده است. طول میانه BM را بدست آورید.

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$\angle A = 90^\circ$ ارتفاع AH
 $BH = 3$ $CH = 5$
 $BM = ?$

$\Delta ABC \Rightarrow AB^2 = BH \times BC$
 $AB^2 = 3 \times 8 = 24 \quad \boxed{AB = 2\sqrt{6}}$

$AC^2 = CH \times BC = 5 \times 8 = 40 \Rightarrow \boxed{AC = 2\sqrt{10}}$

$AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} \quad \leftarrow$ میان نه وارد بر ضلع AC

$\Delta AMB \xrightarrow{\text{رابطه میانگونی}} AB^2 + AM^2 = BM^2$

$(2\sqrt{6})^2 + (\sqrt{10})^2 = BM^2 \quad BM^2 = 34 \quad \boxed{BM = \sqrt{34}}$

. ۱۸

(۵ نمره)

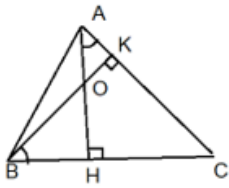


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

در شکل زیر دو ارتفاع AH و BK رسم شده اند. اگر $OH = ۲$ ، $AO = ۱$ و $AC = ۵$ باشند، اندازه BH را بدست آورید.



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

فرضی: $OA=1$ و $OH=2$ و $AC=5$

هلم: $BH=?$

در دو مثلث قائم الزامی $\triangle OAK$ و $\triangle OBH$ داریم
 $\angle O_1 = \angle O_2$ متقابل بر روی یک خط مستقیم و $\angle K = \angle H = 90^\circ$
 بنابراین زاویه سوم نیز با هم برابرند $\angle OBH = \angle OAK$

در دو مثلث قائم الزامی $\triangle OBH$ و $\triangle AHC$ داریم:

$$\begin{cases} \angle OAK = \angle OBH \\ \angle H_1 = \angle H_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle OBH \sim \triangle AHC$$

$AH = OA + OH$
 $AH = 1 + 2 = 3$

\Rightarrow نسبت اضلاع متناظر $\frac{AC}{OB} = \frac{AH}{BH} = \frac{HC}{OH}$

$\frac{3}{BH} = \frac{HC}{2} \Rightarrow HC \times BH = 6$ ① $\triangle AHC \Rightarrow AC^2 = AH^2 + HC^2$

$5^2 = 3^2 + HC^2 \Rightarrow HC = 4$ ① $\rightarrow 4 \times BH = 6$ $BH = \frac{3}{2}$

(۵ نمره)

.۱۹

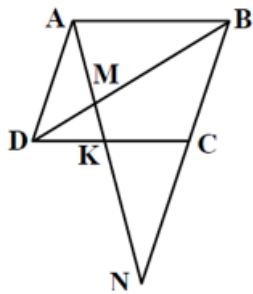


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

در متوازی الاضلاع $ABCD$ مطابق شکل، AN طوری رسم شده که $MK = ۴$ و $NK = ۵$ است. اندازه AM را بدست آورید.



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

فرضی: $\square ABED$ متوازی الاضلاع
 $NK=5$ و $MK=4$
 حل: $AM=?$

$\left\{ \begin{array}{l} \angle A = \angle K \text{ (خطوط موازی)} \\ \angle M_1 = \angle M_2 \text{ (مقابل برزاشی)} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle DMK$

نسبت اضلاع متناظر $\frac{AM}{MK} = \frac{MB}{MD}$ (۱)

$\left\{ \begin{array}{l} \angle B = \angle D \\ \angle M_3 = \angle M_4 \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle MBM$

نسبت اضلاع متناظر $\frac{AM}{MN} = \frac{MD}{MB}$ و $\frac{MN}{AM} = \frac{MB}{MD}$ (۲)

(۱) و (۲) $\Rightarrow \frac{AM}{MK} = \frac{MN}{AM} \Rightarrow AM^2 = MN \times MK$ $AM^2 = (4+5) \times 4$
 $AM^2 = 36 \Rightarrow AM = 6$

۲۰.

(۵ نمره)

در مثلث ABC ، $AC = 6$ و $AB = 5$ میباشد. نیمساز زاویه داخلی A ضلع مقابل را در نقطه D قطع میکند. مساحت مثلث ABD چند برابر مساحت مثلث ACD است؟



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

فرضی: $AB=5$ و $AC=6$ و AD نیمساز

حکم: $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = ?$

نیمساز AD را رسم می کنیم و از نقطه D عمودهای DH (بر AB) و DH' (بر AC) می کشیم. D روی نیمساز A است پس $DH = DH'$ ①

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{AB \times DH}{2}}{\frac{AC \times DH'}{2}} = \frac{AB \times DH}{AC \times DH'} \xrightarrow{\text{فرضی و ①}} \boxed{\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{5}{6}}$$