



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

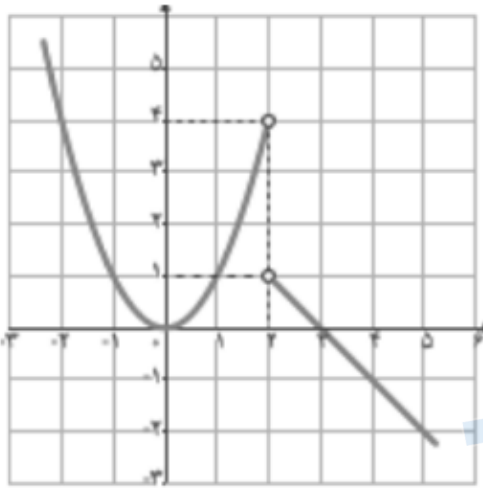
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۷ نمره)

با توجه به نمودار، مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ را بیابید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)



پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

۲.

(۶ نمره)

تابع زیر پیوسته است. a را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$x = 1: \begin{cases} L^+ = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + b = f(1) \\ L^- = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 \end{cases} \rightarrow a + b = 0(1)$$

$$x = -1: \begin{cases} L^+ = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = (-1) + (-1) = 1 \\ L^- = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) = -a + b \end{cases} \rightarrow -a + b = 1(2)$$

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ -a + b = 1 \end{cases} \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

(۷ نمره)

. ۳

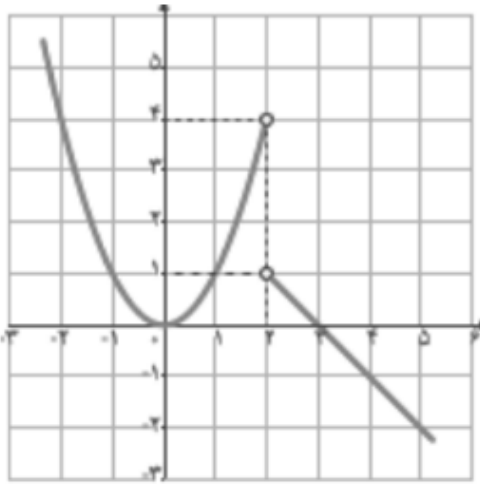


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

با توجه به نمودار، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ را بیابید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)



پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$$

. ۴

(۷ نمره)

وضعیت پیوستگی تابع زیر در $x = 0$ چگونه است؟

$$y = \begin{cases} \frac{|\sin x| + 2x}{\operatorname{tg} 3x} & x \neq 0 \\ \cos 3x & x = 0 \end{cases}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$L^+ = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| + 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x}{3x} = 1$$

$$L^- = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| + 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

ناپیوسته است و فقط پیوستگی راست دارد. $f(0) = 1$

. ۵

(۶ نمره)

حاصل حد زیر را بدست آورید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} =$$

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x + 3} = \frac{1}{2}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۶.

(۷ نمره)

در رابطه با پیوستگی تابع مقابل کدام گزینه صحیح است؟

$$y = \begin{cases} \frac{|\sin x| + 2x}{\cos 3x} & x \neq 0 \\ \cos 3x & x = 0 \end{cases}$$

پاسخ :

$$L^+ = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| + 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x}{3x} = 1$$

$$L^- = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| + 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

نایبوسته است و فقط پیوستگی راست دارد. $f(0) = 1$

۷.

(۷ نمره)

حاصل حد تابع زیر را زمانی که $x \rightarrow -1^-$ بدست آورید. (همه‌نگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

$$f(x) = \frac{x + 4}{[x] + 3}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 4}{[x] + 3} = \frac{-1 + 4}{-2 + 3} = 3$$

. ۸

(۶ نمره)

اگر $|f(x)| < |1 - 2x|$ باشد . $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ چند می شود ؟

پاسخ:

با استفاده از خواص قدر مطلق داریم

$$-|1 - 2x| < f(x) < |1 - 2x|$$

چون $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} -|1 - 2x| = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} |1 - 2x| = 0$ پس طبق قضیه فشردگی نتیجه می شود:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = 0$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

.۹

(۷ نمره)

حاصل حد زیر را بدست آورید. (هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} =$$

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x(x - 1)} = 1 + 1 = 2$$

.۱۰

(۷ نمره)

فرض کنید $f(x) = [x]$ حد تابع $f(x)$ را در $x \rightarrow -1$ کدام است ؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

با محاسبه حد چپ و راست تابع در نقطه $x = -1$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} [x] = -1 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} [x] = -2$$

بنابراین حد وجود ندارد.

. ۱۱

(۶ نمره)

حاصل حد زیر را بدست آورید. (هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 + 1}{[x]} =$$

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 + 1}{[x]} = \frac{8 + 1}{[2^+]} = \frac{9}{2}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

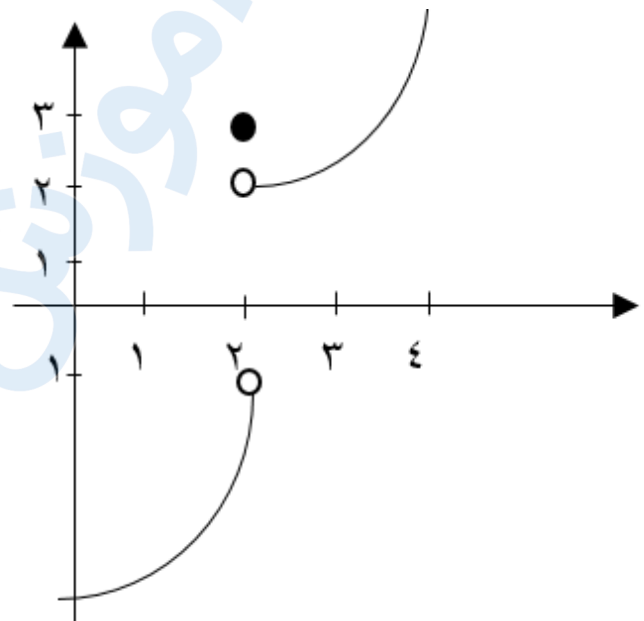
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱۲

(۷ نمره)

شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - f(2)$ را بیابید.



پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - f(2) = -2$$

. ۱۳

(۶ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

حاصل حد \sqrt{x} وقتی $x \rightarrow 0^+$ برابر است. (هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

. ۱۴

(۷ نمره)

حد تابع $y = \frac{\sin^2 x + 2 \cos x}{2 \sin^2 x - \cos x}$ وقتی $x \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ را بیابید.

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x + 2 \cos x}{2 \sin^2 x - \cos x} = \frac{(-1)^2 + 2(0)}{2(-1)^2 - 0} = \frac{1}{2}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱۵

(۷ نمره)

پیوستگی تابع زیر در نقطه $x = ۰$ چگونه است؟ (دبیرستان گلستان علم کرج)

$$f(x) = \begin{cases} ۵x^2 - ۶x + ۲ & x > ۰ \\ -۳\sin x - ۱ & x = ۰ \\ \frac{|x|}{x} & x < ۰ \end{cases}$$

پاسخ :

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} ۵x^2 - ۶x + ۲ = ۲ \\ f(0) = -۳\sin(0) - ۱ = -۱ \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -۱ \end{cases}$$

تابع در نقطه $x = ۰$ فقط پیوستگی چپ دارد.