



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱.

(۸ نمره)

مقدار حد زیر را بیابید. (دبیرستان گلستان علم کرج)

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{[x]} =$$

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{[x]} = \frac{-2^-}{[-2^-]} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

۲.

(۹ نمره)

مقدار حد زیر را بیابید. (دبیرستان گلستان علم کرج)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2} =$$

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{2}{2-1} = 2$$

(۸ نمره)

مقدار a را طوری بیابید که تابع

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & x < 2 \\ \varepsilon & x = 2 \\ x - a & x > 2 \end{cases}$$

در نقطه $x = 2$ دارای حد باشد.

پاسخ:

ابتدا حد چپ و راست تابع در نقطه $x=2$ محاسبه می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ax + 2 = 2a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} x - a = 2 - a \rightarrow 2 - a = 2a + 2 \rightarrow a = 0$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

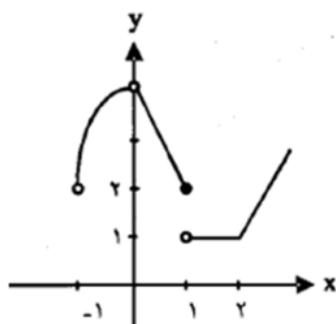
۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۴.

(۸ نمره)

با استفاده از نمودار تابع f حاصل عبارات زیر را در صورت وجود مشخص کنید. (دبیرستان گلستان علم کرج)



الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

پاسخ :

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$: وجود ندارد



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۵.

(۹ نمره)

دو تابع $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$, $g(x) = \sin x$ مفروض است. مطلوب است: $\lim f(x)^{g(x)}$

پاسخ:

$$\lim f(x)^{g(x)} = 1^0 = 1$$

۶.

(۸ نمره)

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 7 & x > 3 \\ 5 & x = 3 \\ x + 2b & x < 3 \end{cases}$ در $x = 3$ پیوسته باشد، مقادیر a و b را بیابید. (دبیرستان مهرگان کرج)

پاسخ:



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} x^2 + ax - 7 = 2 + 3a \\ f(3) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} x + 2b = 3 + 2b \end{cases} \Rightarrow$$

$$2 + 3a = 5 = 3 + 2b \Rightarrow a = 1, b = 1$$

.۷

(۸ نمره)

به ازاء کدام مقدار a و b تابع $f(x) = \begin{cases} a + \left[\frac{\sin x}{x}\right] & x < 0 \\ 2x - 1 & x = 0 \\ b[-2x] + 3 & x > 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است؟

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(a + \left[\frac{\sin x}{x} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(a + \left[\frac{a - \frac{x^3}{6}}{x} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(a + \left[1 - \frac{x^2}{6} \right] \right) = a + [1^-] = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (b[-2x] + 3) = -b + 3$$

$$f(0) = -1 \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

(۹ نمره)

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & x > 2 \\ x - 4a & x \leq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد مقدار a را به دست آورید. (دبیرستان زینب - سلام الله - گیلان)

پاسخ :

$$a(4) + 3(2) = 2 - 4a \Rightarrow 4a = -4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

(۸ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اگر تابع f در نقطه $x = 1$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)-1}{f(x)+1} = 5$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را بیابید.

پاسخ:

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = A$

$$\frac{2A-1}{A+1} = 5 \rightarrow 2A-1 = 5A+5 \rightarrow -6 = 3A \rightarrow A = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$$

.۱۰

(نمره ۸)

حاصل حد زیر کدام است؟ (دبیرستان زینب - سلام الله - گیلان)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + x}$$

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-4)(x+1)}{x(x+1)} = +5$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱۱

(۹ نمره)

حاصل حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (دبیرستان زینب - سلام الله - گیلان)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x - 3}$$

پاسخ :

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x - 3} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt{x - 3} = \text{تعریف نشده} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } x = 3 \text{ حد ندارد}$$

. ۱۲

(۸ نمره)

حاصل حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (دبیرستان زینب - سلام الله - گیلان)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 3}{1 + [x]}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 3}{1 + [x]} = \frac{1 + 3}{1 + \underbrace{[1^-]}_0} = 4$$