



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۳ نمره)

اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشد، مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

پاسخ :

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = \sqrt{6}$$

. ۲

(۳ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

«تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه سوم است.»

پاسخ :

$$\text{درست؛ } y = 2x(1 - 3x^2) + 1 = -6x^3 + 2x + 1$$

. ۳

(۳ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (مسعود ارژنگ)
«تابع ثابت در یک بازه هم صعودی است و هم نزولی.»

پاسخ :

درست

(۳ نمره)

دامنه و برد تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ را بدست آورید. (ابراهیم داشن)

پاسخ :

$$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} + 1 \geq 1 \Rightarrow R_f = [1, +\infty)$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۵.

(۳ نمره)

اگر $f(x) = x^3 - 1$ باشد، مقدار $f \circ f^{-1}(\sqrt{3})$ کدام است؟ (محمد خوشرو)

پاسخ:

$$x \in D_{f^{-1}} : f \circ f^{-1}(x) = x \Rightarrow f \circ f^{-1}(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

۶.

(۷ نمره)

اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x - 1$ آنگاه ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$f(g(x)) = \sqrt{x - 1 + 1} = \sqrt{x}$$

۷.

(۷ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

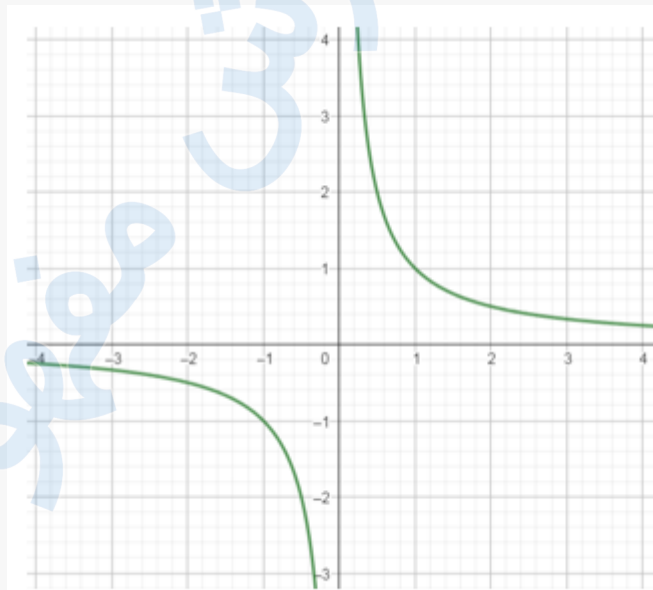
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری - شهریور ۱۴۰۲)

«تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه اش یکنوا است.»

پاسخ :



نادرست؛

. ۸

(۷ نمره)

اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$f^{-1}(15) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 15 \Rightarrow 2\alpha^3 - 1 = 15 \Rightarrow \alpha = 2$$

.۹

(۷ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

« نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^3$ است. »

پاسخ :

نادرست؛ برای مثال $0,5^2 > 0,5^3$ است.

.۱۰

(۷ نمره)

اگر $f(x) = 4x^2 - 1$ و $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f$ را بدون تشکیل ضابطه آن به دست

بیاورید. (دبیرستان علامه حلی ۹ تهران)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 4x^2 - 1 \in [-1, 1]\}$$

$$-1 \leq 4x^2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

. ۱۱

(۳ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (بابک دهقانی)

«مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.»

پاسخ :

$$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{درست؛}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱۲

(۳ نمره)

حاصل $\sin(15^\circ) \cos(15^\circ)$ را به دست آورید.

پاسخ :

$$\sin 30^\circ = 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ \Rightarrow \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

. ۱۳

(۳ نمره)

دامنه تابع $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ را مشخص کنید.

پاسخ :

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow D_f = \text{درون پیرانتز درون} = \mathbb{R}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

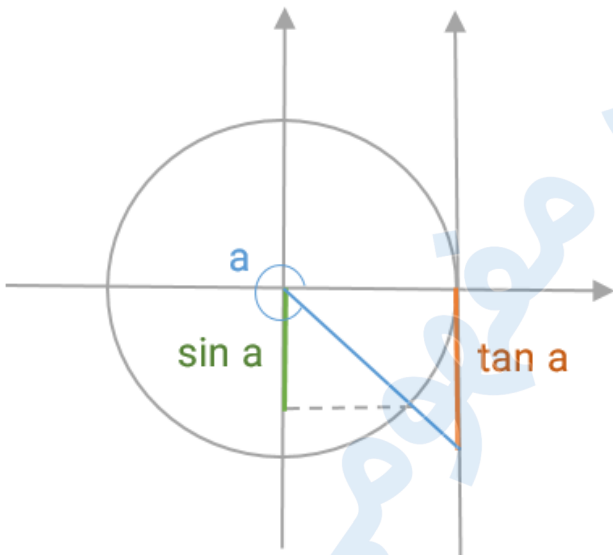
کد تهران ۰۲۱

۱۴ .

(۳ نمره)

با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در کدام یک از ناحیه‌های مختصات نامعادله $\tan a < \sin a$ برقرار است؟

پاسخ :



با توجه به شکل و همچنین منفی بودن \sin و \tan در ربع ۲ و ۴ مشخص است در ناحیه‌های دوم و چهارم مختصات $\sin a > \tan a$ می‌باشد.

۱۵ .

(۳ نمره)

با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در کدام یک از ناحیه‌های مختصات نامعادله $\tan a > \sin a$ برقرار است؟

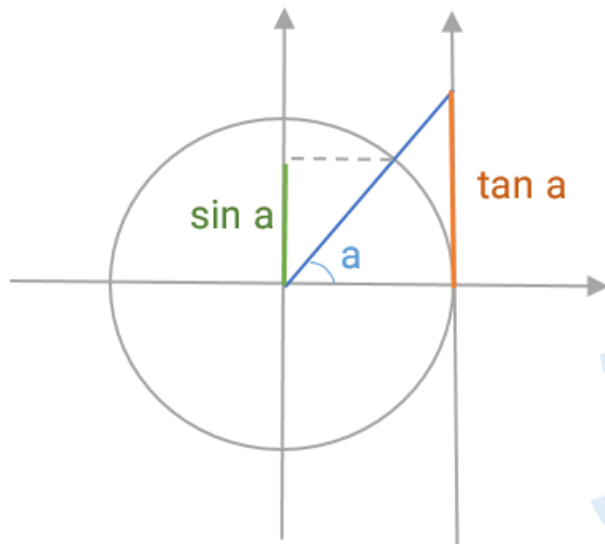
پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱



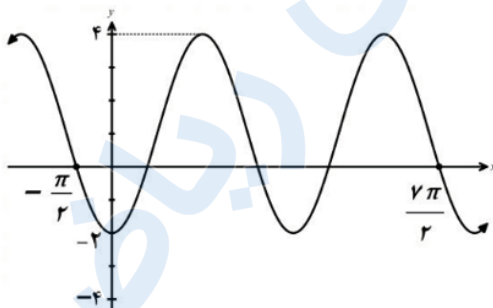
با توجه به شکل مشخص است در ناحیه‌های اول و سوم مختصات $\sin a < \tan a$ می‌باشد.

۱۶.

(۷ نمره)

نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر a ، b و c را به دست آورید.

(همانگ کشوری دی ۱۴۰۱)



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\begin{cases} 2T = \frac{7\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 4\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow b = \pm 1 \\ c = \frac{4 + (-2)}{2} \Rightarrow c = 1 \\ |a| = \frac{4 - (-2)}{2} = 3 \quad a < 0 \Rightarrow a = -3 \end{cases}$$

. ۱۷

(۷ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری دی ۱۴۰۱)

«مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.»

پاسخ:

$$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2(15^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{؛ درست}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱۸.

(۷ نمره)

معادله زیر را حل کنید.

$$\tan x \cdot \cot 4x = 1$$

پاسخ :

$$\tan x \cdot \cot 4x = 1 \Rightarrow \tan x \cdot \frac{1}{\tan 4x} = 1 \Rightarrow \tan x = \tan 4x \Rightarrow 4x = k\pi + x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$$

۱۹.

(۷ نمره)

معادله زیر را حل کنید.

$$\sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right)$$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

$$\sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Rightarrow \cancel{\sin 2x} \cos 2x = -\frac{1}{2} \cancel{\sin 2x} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

.۲۰

(۷ نمره)

مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 1 - 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right)$ را بیابید. (بابک دهقانی)

پاسخ:

$$\max = |a| + c = |-2| + 1 = 3$$