



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۲ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)

«تابع  $f(x) = \sqrt{2}x - x^2$  یک تابع درجه دوم است.»

پاسخ:

درست (صفحه ۲ کتاب درسی)

. ۲

(۲ نمره)

اگر  $f(x) = x^3 - 1$  باشد، مقدار  $f \circ f^{-1}(\sqrt{3})$  کدام است؟ (محمد خوشرو)

پاسخ:

$$x \in D_{f^{-1}} : f \circ f^{-1}(x) = x \Rightarrow f \circ f^{-1}(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

. ۳

(۳ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

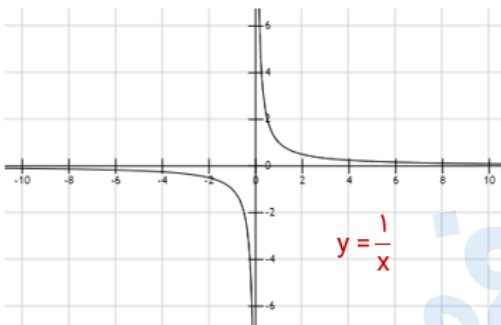
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

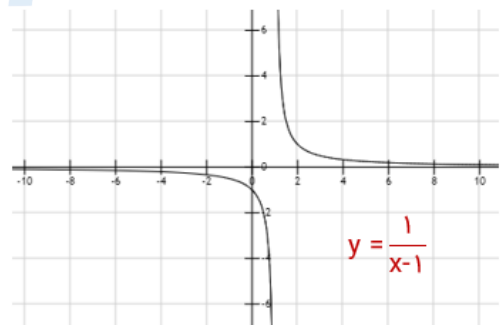
نمودار تابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید:

$$y = \left| \frac{1}{x-1} \right|$$

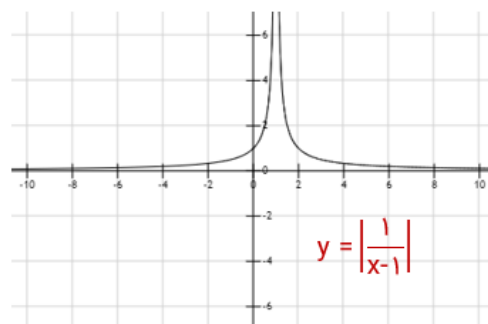
پاسخ :



۱ واحد به راست



قرینه یهای منفی نسبت به محور xها



(۷ نمره)

. ۴



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اگر  $f(x) = \sqrt{x+1}$  و  $g(x) = x-1$  آنگاه دامنه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف بدست بیاورید.

(همه‌نگ کشور - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ:

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 \geq -1\} = [0, \infty)$$

(۷ نمره)

اگر  $f(x) = \frac{x+3}{2x}$  و  $g(x) = 3x-1$  باشد، ضابطه  $f \circ g$  کدام است؟ (مسعود ارزنگ)

پاسخ:

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \frac{3x-1+3}{2(3x-1)} = \frac{3x+2}{6x-2}$$

(۷ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

اگر  $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$  و  $g(x) = \sqrt{x-4}$  باشد، ضابطه تابع  $g \circ f$  را بیابید. (بابک دهقانی)

پاسخ:

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{x^2-1} - 4}$$

(۲ نمره)

معادله مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب عمومی آن را بنویسید. (ابراهیم داشن)

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0$$

پاسخ:

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} & k \in \mathbb{Z} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{3} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۸

(۲ نمره)

دامنه تابع  $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  را مشخص کنید.

پاسخ :

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow D_f = \text{درون پیرانتز درون} = \mathbb{R}$$

. ۹

(۲ نمره)

با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در کدام یک از ناحیه‌های مختصات نامعادله  $\tan a > \sin a$  برقرار است؟

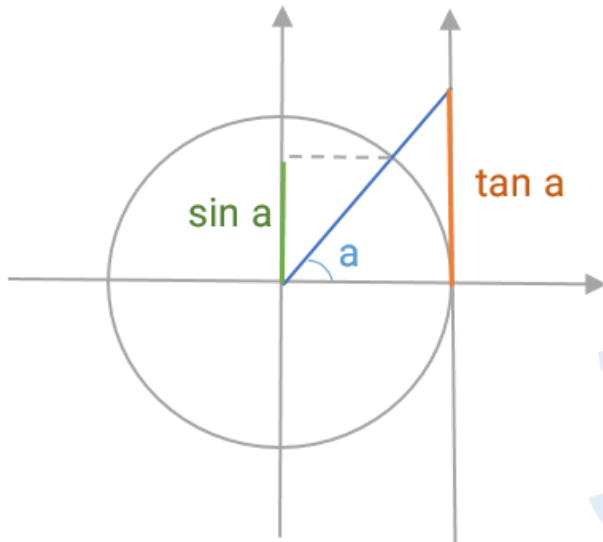
پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

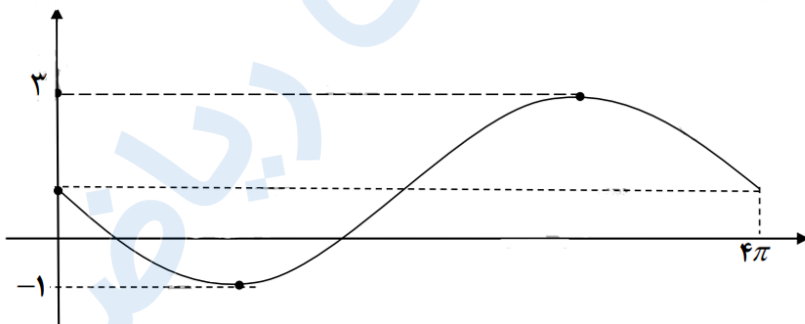


با توجه به شکل مشخص است در ناحیه‌های اول و سوم مختصات  $\sin a < \tan a$  می‌باشد.

۱۰.

(۷ نمره)

نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin bx + 1$  است. حاصل  $ab$  را بیابید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)



پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

باتوجه به تابع  $ab$  و  $a$  منفی اند:

$$\frac{1}{2}(-2) = -1$$

. ۱۱

(۷ نمره)

دامنه تابع  $y = \tan \frac{x}{2}$  برابر ..... است. (ابراهیم داشن)

پاسخ:

$$D = \left\{ \frac{x}{2} \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{2} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\} \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

۱۲.

(۷ نمره)

معادله زیر را حل کنید.

$$\sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right)$$

پاسخ:

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right) &\Rightarrow \cancel{\sin 2x} \cos 2x = -\frac{1}{2} \cancel{\sin 2x} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} &\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

۱۳.

(۷ نمره)

معادله زیر را حل کنید.

$$2 \cos^2 x + \cos 2x = 0$$





تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

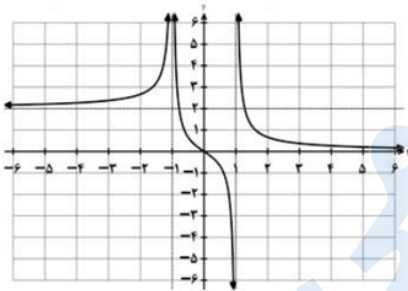
$$2\cos^2 x + \cos 2x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + 2\cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow 4\cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{2} = \cos\left(\pm \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۱۴.

(۲ نمره)

نمودار تابع  $f$  به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید. (هماهنگ کشوری خرداد ۱۴۰۱)



الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

پاسخ :

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

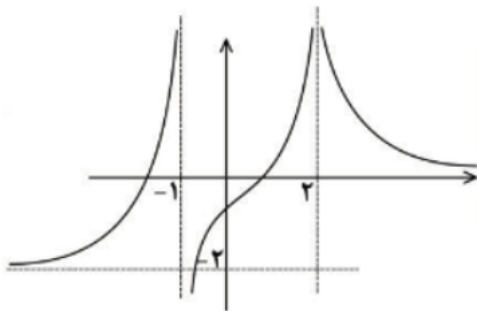
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱۵

(۲ نمره)

با توجه به نمودار تابع  $f(x)$  حاصل حد زیر را بیابید. (بابک دهقانی)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$$

. ۱۶

(۳ نمره)

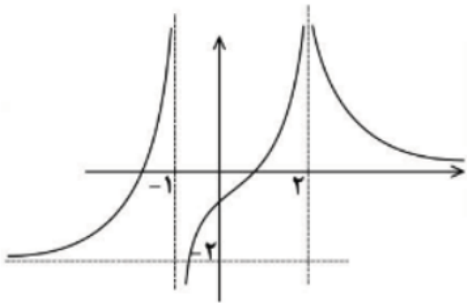


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

با توجه به نمودار تابع  $f(x)$  حاصل حد زیر را بیابید. (بابک دهقانی)



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$$

(۷ نمره)

حد زیر را در صورت وجود بیابید. (هماهنگ کشوری - خرداد ۱۴۰۲)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} =$$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = 3$$

. ۱۸

(۷ نمره)

حاصل حد زیر را بیابید. (محمد خوشرو)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x-1}$$

پاسخ :

می‌دانیم  $[1^+] = 1$  است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x-1} = \frac{0}{0} \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = 2$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

. ۱۹

(۷ نمره)

به کمک فاکتورگیری حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 - 5x + 2}$  را محاسبه کنید.

پاسخ :

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{6}{x} + \frac{8}{x^2}\right)}{x^2 \left(2 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}\right)} = \frac{1 - \frac{6}{\infty} + \frac{8}{\infty}}{2 - \frac{5}{\infty} + \frac{2}{\infty}} = \frac{1 - 0 + 0}{2 - 0 + 0} = \frac{1}{2}$$

. ۲۰

(۷ نمره)

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x^2 - 9}$$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x^2 - 9} = \frac{[3^-] - 3}{(3^-)^2 - 9} = \frac{2 - 3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

. ۲۱

(۷ نمره)

باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای  $5 + 4x + 2x^3$  بر  $x + 1$  برابر ..... است. (بابک دهقانی)

پاسخ:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow -2(-1)^3 + 4(-1) + 5 = 3$$