



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱

(۲ نمره)

مجموعه شمارنده های طبیعی دو عدد ۲۴ و ۱۸ را به ترتیب A و B می نامیم. مقدار $n(A-B)$ را بیابید.
(حسین لهراب)

پاسخ :

$$\begin{cases} A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \\ B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \end{cases} \Rightarrow A - B = \{4, 8, 12, 24\} \Rightarrow n(A - B) = 4$$

. ۲

(۲ نمره)

در یک الگوی خطی، جملات سوم و نهم به ترتیب ۱۹ و ۴۳ هستند، جمله عمومی الگو را بیابید.

پاسخ :

الگوی خطی: $c_n = an + b$

$$c_3 = 3a + b = 19, \quad c_9 = 9a + b = 43$$

$$\begin{cases} 3a + b = 19 \\ 9a + b = 43 \end{cases} \Rightarrow a = 4, \quad b = 7 \Rightarrow c_n = 4n + 7$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۳.

(۲ نمره)

مجموعه شمارنده‌های طبیعی دو عدد ۲۸ و ۳۰ را A و B می‌نامیم. $n(A)$ و $n(B)$ به ترتیب کدام است؟

پاسخ:

$\{۱ و ۲ و ۴ و ۷ و ۱۴ و ۲۸\}$ = مجموعه شمارنده‌های عدد ۲۸

$\{۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۳۰\}$ = مجموعه شمارنده‌های عدد ۳۰

۴.

(۷ نمره)

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (دبیرستان سرای دانش - تهران ۱۴۰۲)

«دنباله $t_n = 2^n - 1$ هندسی است.»

پاسخ:

نادرست

۵.



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

(۷ نمره)

متمم مجموعه مرجع، مجموعه است. (فرکان مقتدرمنصوری)

پاسخ :

تهی

.۶

(۶ نمره)

فرض کنید U (مجموعه مرجع) مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد. دو زیرمجموعه نامتناهی C و D از این مجموعه بنویسید به طوری که $C \subseteq D$. (رضا رخ‌فروز)

پاسخ :

$$U = \{5, 10, 15, 20, \dots\} \Rightarrow \begin{cases} C = \{15, 20, \dots\} \\ D = \{10, 15, 20, \dots\} \end{cases} \Rightarrow C \subseteq D$$

.۷

(۷ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

مجموعه های $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ و $B = \{2, 4\}$ و $C = \{1, 3, 4\}$ و مجموعه مرجع $M = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ مفروض هستند. کدام گزینه درست است؟

پاسخ :

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{-4, -3, 3\} \\ A' &= \{-4, -3, 3, 4\}, B' = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 3\} \Rightarrow A' \cap B' = \{-4, -3, 3\} \\ &\Rightarrow (A \cup B)' = A' \cap B' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \cap C &= \{4\}, A \cup (B \cap C) = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\} \\ A \cup B &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\}, A \cup C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\} \\ &\Rightarrow A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned}$$

. ۸

(۲ نمره)

درستی تساوی زیر را اثبات کنید. (فرقان مقتدرمنصوری)

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

پاسخ :



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

$$1 + \tan^2 x = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \blacksquare$$

(۲ نمره)

حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\cos^2 30^\circ - 4\cos^2 60^\circ}{3\cos^2 45^\circ + \sin 90^\circ + 1}$$

پاسخ :

$$\frac{\frac{3}{4} - 4\left(\frac{1}{4}\right)}{3\left(\frac{1}{2}\right) + 1 + 1} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{7}{2}} = -\frac{1}{14}$$

(۲ نمره)



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

درستی تساوی زیر را بررسی کنید:

$$(1 - \cos^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) = \sin^2 \theta$$

پاسخ :

$$(1 - \cos^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) = \sin^2 \theta \times \cancel{\cos^2 \theta} \times \frac{1}{\cancel{\cos^2 \theta}} = \sin^2 \theta$$

. ۱۱

(۷ نمره)

معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x زاویه 60° درجه بسازد و از $(2, 3)$ نقطه بگذرد.
(فرکان مقتدرمنصوری)

پاسخ :

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}x + b \Rightarrow 3 = 2\sqrt{3} + b \Rightarrow b = 3 - 2\sqrt{3} \\ \Rightarrow y = \sqrt{3}x + 3 - 2\sqrt{3}$$

. ۱۲

(۷ نمره)

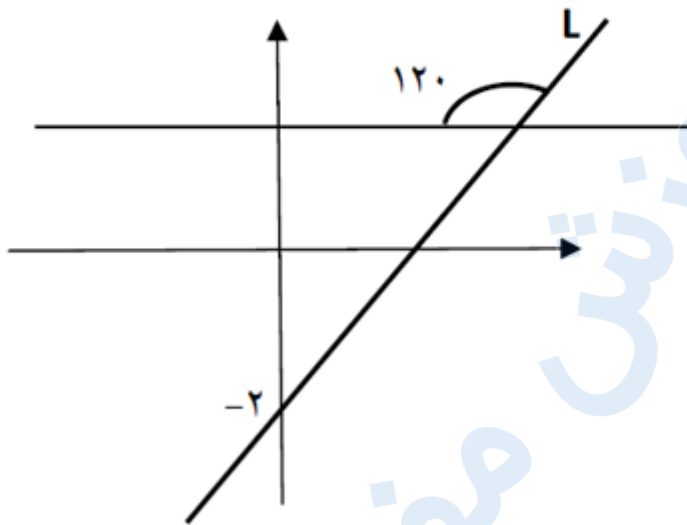


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

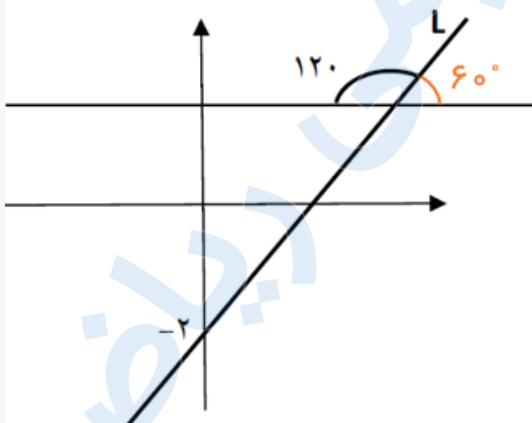
۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

معادله خط زیر را بنویسید. (رضا رخفروز)



پاسخ :



$$a = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 2$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱۳.

(۲ نمره)

هر عدد مثبت یا منفی دارای ریشه پنجم است. (رضا رخفروز)

پاسخ :

یک

۱۴.

(۲ نمره)

حاصل $\sqrt{\sqrt{۸۱}}$ در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟

پاسخ :

$$\sqrt{\sqrt{۸۱}} = \sqrt{۹} = ۳$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

. ۱۵

(۲ نمره)

عددی را بیابید که سه برابر آن به علاوه چهار ، مساوی شش برابر آن عدد منهای پنج باشد.

پاسخ :

$$3x + 4 = 6x - 5 \quad 3x = 9 \quad x = 3$$

. ۱۶

(۶ نمره)

کدام گزینه برابر با طرف دوم عبارت زیر است؟ (فرقان مقتدرمنصوری)

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^3 - 1) =$$

پاسخ :

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^3 - 1) = (x^3 - 1)(x^3 - 1) = (x^3 - 1)^2 = x^6 - 2x^3 + 1$$

. ۱۷

(۷ نمره)

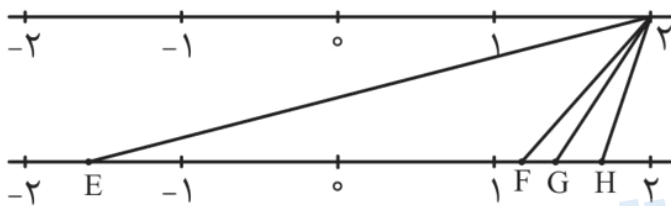


تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

در شکل زیر نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم و چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر کدام از نقاط E، F، G، H و مربوط به چه ریشه‌ای هستند.



پاسخ :

چون ۲ بزرگتر از ۱ است، نقاط H، G و F به ترتیب ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم آن هستند.

$$H \text{ طول} > G \text{ طول} > F \text{ طول} \quad \text{و} \quad \sqrt[3]{2} > \sqrt[4]{2} > \sqrt[5]{2}$$

از طرفی می‌دانیم هر عدد مثبت دو ریشه از هر مرتبه زوج دارد، پس نقطه E نیز دومین ریشه مرتبه چهار ۲ است.

. ۱۸

(۷ نمره)

عبارت مقابل را ساده کنید.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{81}} \times \sqrt[6]{320}}{\sqrt[6]{5}}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۸۸۹۰۴۰۰۲ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۴۴۰۲۵۸۶۰

کد تهران ۰۲۱

پاسخ :

$$\frac{\sqrt{\sqrt{81}} \times \sqrt[6]{320}}{\sqrt[6]{5}} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt[6]{2^6 \times 5}}{\sqrt[6]{5}} = \frac{3 \times 2 \times \cancel{\sqrt[6]{5}}}{\cancel{\sqrt[6]{5}}} = 6$$

.۱۹

(۷ نمره)

$$\frac{\sqrt{54}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$$

ساده شده عبارت مقابل را به دست آورید:

پاسخ :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{54}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{54}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2 \times 3^3} (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \\ &= \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3} (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{18 - 12} = \frac{18\sqrt{3} - 18\sqrt{2}}{6} = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری و آنلاین با دبیران حرفه ای و پیگیری قدرتمند در مدرسه

۴۴۰۲۵۸۶۰ - ۲۶۵۷۰۸۱۰ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

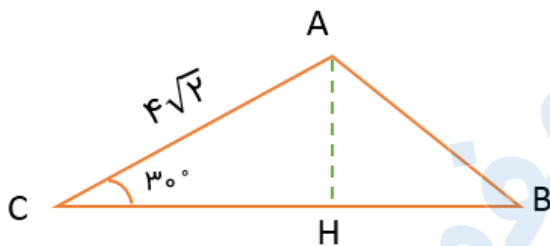
کد تهران ۰۲۱

۲۰.

(۷ نمره)

در مثلث ABC ، $AC = 4\sqrt{2}$ و $\hat{C} = 30^\circ$ و $\hat{B} = 45^\circ$ است. طول ارتفاع وارد بر BC را بیابید.

پاسخ:



$$\sin C = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{AH}{4\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow AH = 2\sqrt{2}$$

۲۱.

(۷ نمره)

معادله خطی را مشخص کنید که از نقطه $(-1, 2)$ بگذرد و با محور طول ها رو به جهت مثبت زاویه 45° بسازد.

پاسخ:

$$m = \tan 45 = 1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y + 1 = 1(x - 2) \rightarrow y = x - 3$$