



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری در تهران و آنلاین در سراسر دنیا با بهترین دبیران در مدرسه

۷۷۱۸۱۳۹۹ - ۷۷۱۸۱۳۳۶ - ۶۶۷۱۳۴۷۲ - ۶۶۵۷۵۹۵۱ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

۱- سوالات زیر را پاسخ دهید (ساده)

الف - به ازای تمامی مقادیر  $x$  برقرار است.

ب - ۴ و ۳ -  $3^3 < 4^0 < 4^3 \rightarrow -4 < \sqrt{-4^0} < -3$

-۲

الف - ناحیه دوم

ب -  $\frac{y}{2} - \sqrt{3}$

-۳

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \rightarrow -2 \leq 2 \sin \alpha \leq 2 \rightarrow 1 \leq 3 + 2 \sin \alpha \leq 5$$

$$\rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{1}{3 + 2 \sin \alpha} \leq 1 \rightarrow -\frac{1}{1} \leq \frac{-1}{3 + 2 \sin \alpha} \leq -\frac{1}{5}$$

-۴

الف)  $\sqrt{(\sqrt{3} - 5)^2} = \sqrt{3} - 5$

ب)  $\frac{\sqrt{\sqrt{11}} \times \sqrt[3]{320}}{\sqrt[5]{5}} = \frac{\sqrt[3]{3^4} \times \sqrt[3]{2^6} \times 5}{\sqrt[5]{5}} = 6$

-۵

$$m = \tan 45 = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y + 1 = 1(x - 2) \rightarrow y = x - 3$$

۶- اتحادهای زیر را پاسخ دهید.

$$۲ + \sqrt{۳} + ۲ - \sqrt{۳} + ۲\sqrt{۴ - ۳} = ۴ + ۲ = ۶$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری در تهران و آنلاین در سراسر دنیا با بهترین دبیران در مدرسه

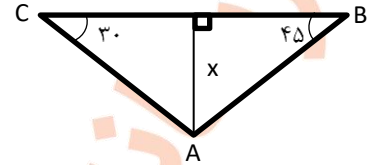
۷۷۱۸۱۳۹۹ - ۷۷۱۸۱۳۳۶ - ۶۶۷۱۳۴۷۲ - ۶۶۵۷۵۹۵۱ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

ب)  $(9 - x^2)(x^8 + 9x^4 + 81) = 729 - x^{12}$

-۷

$$\frac{\sin 30^\circ}{AB} = \frac{\sin 45^\circ}{4\sqrt{2}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{4\sqrt{2}} \rightarrow AB = \frac{4\sqrt{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4$$



از طرفی می دانیم:

$$\sin 45^\circ = \frac{x}{AB} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

-۸

$$\frac{1 \times (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)(x + 1)}{(\sqrt[3]{x} - 1) \times (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)(x + 1)} - \frac{1 \times (x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} - \frac{2}{(x + 1)(x - 1)} =$$

$$\frac{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)(x + 1) - x + 1 - 2}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{x\sqrt[3]{x^2} + x\sqrt[3]{x} + x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1 - x - 1}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}}{x - 1}$$

-۹

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + x^2 = 1 \rightarrow \frac{3}{4} + x^2 = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2} \quad (x > 0)$$

$$\rightarrow \sin \alpha = y, \cos \alpha = x \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} = \cos \alpha \\ y = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \sin \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{-\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3} \\ \cot \alpha = \frac{x}{y} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

-۱۰

$$\text{الف) } 2^2 \times 2^x = 2^{x+1} + 2^2 \rightarrow 2 \times 2^x = 2^x + 2^2 \rightarrow 2^x(2 - 1) = 2^2 \rightarrow 2^x = 2^2 \rightarrow x = 2$$



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری در تهران و آنلاین در سراسر دنیا با بهترین دبیران در مدرسه

۷۷۱۸۱۳۹۹ - ۷۷۱۸۱۳۳۶ - ۶۶۷۱۳۴۷۲ - ۶۶۵۷۵۹۵۱ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

$$\text{ب) } 5^3 x^{-9} = \sqrt{5^{-2} x^{-1}} \rightarrow 5^3 x^{-9} = 5^{-x-\frac{1}{2}} \rightarrow 3x - 9 = -x - \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{17}{8}$$

-۱۱

$$2(x^3 - 13x^2 + 10x + 24) = 2(x^3 - 8 - 13x^2 + 26x - 16x + 32) =$$

$$2((x^3 - 8) - 13x(x - 2) - 16(x - 2)) = 2((x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x - 2)(13x - 16))$$

$$2(x - 2)(x^2 - 11x + 20)$$

-۱۲

$$(a^2 + b^2)^2 = a^4 + b^4 + 2a^2 b^2 \underbrace{(a^2 + b^2)}_3 \rightarrow a^4 + b^4 + 9a^2 b^2 = 27$$

۱۳-  $\cos x > 0$  در نتیجه کمان  $x$  در ناحیه اول یا چهارم است. اگر  $x$  در ناحیه اول باشد،  $\cot x$  مثبت است و اگر  $a^2$  را بزرگتر از  $\cot x$  بدهیم مخرج کسر منفی می شود و زیر رادیکال منفی می شود. یعنی به ازای همه مقادیر  $x$  زیر رادیکال نمی توان مثبت باشد. ولی اگر  $x$  در ناحیه چهارم باشد  $\cot x$  منفی است و مخرج کسر هم منفی می باشد در این صورت کسر یک عدد مثبت می شود و زیر رادیکال به ازای همه  $x$  های ناحیه چهارم (به جز  $x = \frac{3\pi}{4}$ ) مثبت است.

-۱۴

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1 + \sin x \cos x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos^2 x + \sin^2 x + \sin x \cos x)}{1 + \sin x \cos x} = \cos x - \sin x \quad (1)$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3\sin^2 x \cos^2 x =$$

$$\underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)^3}_{1} - 3\sin^2 x \cos^2 x \left( \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} \right) + 3\sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^2 x - 1 = 1 \quad (2)$$

$$\text{از طرفی داریم } 2 > 1 \rightarrow \cos x - \sin x \leq 1 \rightarrow \sin x > \cos x \rightarrow 45 < \alpha < 225$$

۱۵- A و C ریشه چهارم، B ریشه پنجم، D ریشه سوم - E و G ریشه چهارم، F ریشه سوم، H ریشه پنجم