



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری در تهران و آنلاین در سراسر دنیا با بهترین دبیران در مدرسه

۷۷۱۸۱۳۹۹ - ۷۷۱۸۱۳۳۶ - ۶۶۷۱۳۴۷۲ - ۶۶۵۷۵۹۵۱ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

- ۱

$$r^n a^n b^{2n} \xrightarrow{\text{ریشه‌ی } n} \pm n \sqrt[n]{r^n a^n b^{2n}} = \pm r |a| b^2 = \mp 2ab^2$$

حل:

- ۲

$$\frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{3}$$

حل:

- ۳

$$\begin{aligned} x^4 + 8x - 3x^3 - 24 &= (x^4 - 3x^3) + (8x - 24) = x^3(x - 3) + 8(x - 3) \\ &= (x - 3)(x^3 + 8) = (x - 3)(x + 2)(x^2 - 2x + 4) \end{aligned}$$

حل:

- ۴

$$a = \sqrt[15]{2^2}, \quad A = a \sqrt[3]{a} \times \sqrt[5]{a^2}$$

حل:

$$\text{اگر } a = 2^{\frac{2}{15}} \rightarrow A = a \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{26}{15}} \Rightarrow A = a^{\frac{26}{15}} \rightarrow A = (2^{\frac{2}{15}})^{\frac{26}{15}} \rightarrow A = 2^2 = 4$$

- ۵

$$\sqrt[3]{2} = 16^{\frac{1}{24}} \rightarrow \sqrt[3]{2} = (2^4)^{\frac{1}{24}} \rightarrow \sqrt[3]{2} = \sqrt[2]{2} \rightarrow \boxed{x = 6}$$

حل:

- ۶

$$\frac{a(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}+1} + \frac{b(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}-1} = \frac{a(\sqrt{2}-1)^2 + b(\sqrt{2}+1)^2}{1} = a(3-2\sqrt{2}) + b(3+2\sqrt{2})$$

حل:

$$= 3(a+b) + 2\sqrt{2}(b-a) \rightarrow b-a=0 \rightarrow \boxed{a=b}$$

$$(x-2)^2 = (3-\sqrt{2})^2 \rightarrow x-2 = \pm(3-\sqrt{2}) \begin{cases} x-2 = 3-\sqrt{2} \\ \text{یا} \\ x-2 = -3+\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3-\sqrt{2}+2 \\ \text{یا} \\ x_2 = -3+\sqrt{2}+2 \end{cases} \rightarrow \boxed{x_1 + x_2 = 4}$$

- ۷
حل:

$$(2m-1)x = \left(\frac{m+1}{2}\right)x$$

$$\rightarrow 2m-1 = \frac{m+1}{2} \rightarrow 4m-2 = m+1 \rightarrow \boxed{m=1}$$

- ۸
حل:

$$x^2 - 13x + 36 = 0 \rightarrow (x^2 - 9)(x^2 - 4) = 0 \rightarrow (x-3)(x+3)(x-2)(x+2) = 0$$

$$\rightarrow \boxed{x=3 \text{ یا } -3 \text{ یا } 2 \text{ یا } -2}$$

- ۹
حل:

$$A = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x_B \\ 0 \end{bmatrix}, x=3$$

$$\rightarrow \frac{x_A + x_B}{2} = 3 \rightarrow \frac{8 + x_B}{2} = 3 \rightarrow \boxed{x_B = -2} \rightarrow B = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- ۱۰
حل:

$$y = -x^2 + ax - 4 \rightarrow -\frac{\Delta}{4(-1)} = 3 \rightarrow \frac{a^2 - 4}{4} = 3 \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow \boxed{a = \pm 4}$$

- ۱۱
حل:

$$y = (m-1)x^2 - 2x + 4 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow 4 - 4(4)(m-1) < 0$$

$$\rightarrow -16m + 20 < 0 \rightarrow m > \frac{5}{4}$$

- ۱۲
حل:

- ۱۳

$$-3x^2 + 5x + 1 = 0 \rightarrow \alpha + \beta = -\frac{5}{-3} = \frac{5}{3}, \alpha \cdot \beta = -\frac{1}{3}$$

$$A = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{3}\right) = \boxed{\frac{31}{9}}$$

- ۱۴

$$\begin{cases} x^2 = -mx - 1 = 0 \\ x^2 = -x - m = 0 \end{cases} \Rightarrow -mx - 1 = -x - m \rightarrow x(1-m) = 1-m$$

$$\rightarrow x = \frac{1-m}{1-m} \Rightarrow \boxed{x = 1}$$