



تدریس خصوصی ریاضی به صورت حضوری در تهران و آنلاین در سراسر دنیا با بهترین دبیران در مدرسه

۷۷۱۸۱۳۹۹ - ۷۷۱۸۱۳۳۶ - ۶۶۷۱۳۴۷۲ - ۶۶۵۷۵۹۵۱ - ۸۸۹۰۶۹۰۹ - ۸۸۹۰۴۰۰۲

کد تهران ۰۲۱

-۱

$$\text{شیب} = \frac{۳ - (-۲)}{-۱ - ۰} = \frac{۵}{-۱} = -۵$$

$$y - (-۲) = -۵(x - ۰) \rightarrow y + ۲ = -۵x \rightarrow y = -۵x - ۲$$

-۲

$$\begin{cases} m + n = ۱۸ \\ ۳m + ۲n = ۴۶ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -۲m - ۲m = -۳۶ \\ ۳m + ۲m = ۴۶ \end{cases} \rightarrow m = ۱۰ \rightarrow m + n = ۱۸ \rightarrow n = ۸$$

-۳

$$MA = \sqrt{(-۱ - \alpha)^2 + (۲ - \beta)^2}, MB = \sqrt{(-۳ - \alpha)^2 + (۱ - \beta)^2}, MC = \sqrt{(۴ - \alpha)^2 + (۰ - \beta)^2}$$

$$\begin{aligned} (۲ - \beta)^2 &= (-۳ - \alpha)^2 + (۱ - \beta)^2 \rightarrow ۱ + \alpha^2 + ۲\alpha + ۴ + \beta^2 - ۴\beta \\ &= ۹ + \alpha^2 + ۶\alpha + ۱ + \beta^2 - ۲\beta \end{aligned}$$

$$۲\alpha - ۴\beta - ۶\alpha + ۲\beta = ۱۰ - ۵ \rightarrow -۴\alpha - ۲\beta = ۵ \quad (۱)$$

$$MB = MC \rightarrow (-۳ - \alpha)^2 + (۱ - \beta)^2 = (۴ - \alpha)^2 + (۰ - \beta)^2$$

$$۹ + \alpha^2 + ۶\alpha + ۱ + \beta^2 - ۲\beta = ۱۶ + \alpha^2 - ۸\alpha + \beta^2$$

$$۶\alpha - ۲\beta + ۸\alpha = ۶ \rightarrow ۱۴\alpha - ۲\beta = ۶ \quad (۲)$$

$$\begin{cases} -۴\alpha - ۲\beta = ۵ \\ ۱۴\alpha - ۲\beta = ۶ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۴\alpha + ۲\beta = -۵ \\ ۱۴\alpha - ۲\beta = ۶ \end{cases} \rightarrow ۱۸\alpha = ۱ \rightarrow \alpha = \frac{۱}{۱۸}$$

$$-۴\left(\frac{۱}{۱۸}\right) - ۲\beta = ۵ \rightarrow \frac{-۲}{۹} - ۲\beta = ۵ \rightarrow -۲\beta = ۵ + \frac{۲}{۹} \rightarrow \beta = \frac{-۴۷}{۱۸}$$

$$M = \left(\frac{۱}{۱۸}, -\frac{۴۷}{۱۸}\right)$$



-۴

$$\text{الف)} \frac{۳(x - ۷) + ۳(x + ۷) - ۶x}{(x + ۷)(x - ۷)} = \frac{۳x - ۲۱ + ۲x + ۲۱ - ۶x + ۷}{x^2 - ۴۹} = \frac{-x + ۷}{x^2 - ۴۹} = \frac{-۱}{x + ۷}$$

$$ب) \frac{x^r - x}{x^4 - 2x^2 + 1} \times \frac{x^r - 1}{4x^r} = \frac{x(x^r - 1)(x^r - 1)}{4x^r(x^r - 1)^2} = \frac{1}{4x^r}$$

۵ - ابتدا عبارت مقسوم علیه را برابر صفر قرار می دهیم و مقدار مجهول را به دست می آوریم.

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$$3(-2)^r + 4(-2) + m = 0 \rightarrow 3(-8) - 8 + m = 0 \rightarrow -24 - 8 + m = 0$$

$$-32 + m = 0 \rightarrow m = 32$$

$$۶- الف) \{1, -2\} \text{ ب) } \frac{(a-b)(a+b)}{b(a-b)} = \frac{a+b}{b}$$

-۷

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow P(3) = 3^3 - 3(3)^2 + 2(3) - 1 = 27 - 27 + 6 - 1 = 5$$

-۸

$$\frac{a^r - (b+c)^r}{(a+b)^r - c^r} \times \frac{(a+b) - c}{(b+c) - a} = \frac{(a - (b+c))(a + (b+c))((a+b) - c)}{((a+b) - c)((a+b) + c)((b+c) - a)} = -1$$

-۹

$$\frac{1}{x^r - x} = \frac{a(x^r + x) + b(x^r - 1) + c(x^r - x)}{x(x-1)(x+1)}$$

$$\rightarrow ax^r + ax + bx^r - b + cx^r - cx = 1 \rightarrow (a+b+c)x^r + (a-c)x - b = 1$$

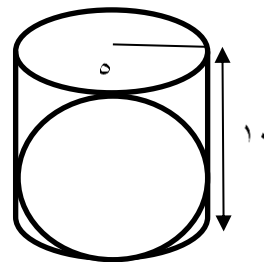
$$\rightarrow \begin{cases} -b = 1 \rightarrow b = -1 \\ a - c = 0 \rightarrow a = c \\ a + b + c = 0 \rightarrow 2a + b = 0 \rightarrow 2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

-۱۰

$$\text{کره } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500$$

$$\text{استوانه } V = S \times h = 5 \times 5 \times 3 \times 10 = 250$$

$$\text{فضا بین کره و استوانه} = 750 - 500 = 250$$



-۱۱

$$13^2 = h^2 + 5^2 \rightarrow h^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow h = 12$$

$$v = \frac{4}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{4}{14} \times 5 \times 5 \times 12 = 314 \text{ cm}^3$$

-۱۲

$$\overline{OH}^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 \rightarrow \overline{OH} = \sqrt{27}$$

$$S \text{ مثلث} = \frac{6 \times \sqrt{27}}{2} = 3\sqrt{27}$$

در نتیجه مساحت هرم: $4 \times 3\sqrt{27} = 12\sqrt{27} \text{ cm}^2$

-۱۳

$$OAC \sim OBD \rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BD} \rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{1}{3} \rightarrow 3x = x+2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$$

$$\text{حجم مخروط ناقص} = \text{حجم مخروط با ارتفاع ۱} - \text{حجم مخروط با ارتفاع ۳} = \frac{1}{3}(\pi \times 9 \times 3 - \pi \times 1)$$

$$= \frac{1}{3}(27\pi - \pi) = \frac{26\pi}{3}$$

-۱۴

$$\text{حجم نیمکره } V = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 9^3 = 486\pi$$

$$\text{استوانه } V = r^2 \pi h = 9^2 \pi h = 486\pi \rightarrow h = \frac{486}{81} = 6$$

-۱۵

$$S = \frac{\alpha}{360} \times \text{سطح کره}$$

$$\frac{60}{360} \times \left(\frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \right) = \frac{1}{6} \times \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = \frac{125}{6}$$

